

# Tomasz Bajak

---

## Sposób przeliczania współrzędnych z układu "1965" na układ "2000"

---

Acta Scientifica Academiae Ostroviensis nr 30, 7-18

---

2008

Artykuł został zdigitalizowany i opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej [bazhum.muzhp.pl](http://bazhum.muzhp.pl), gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

**Tomasz Bajak**

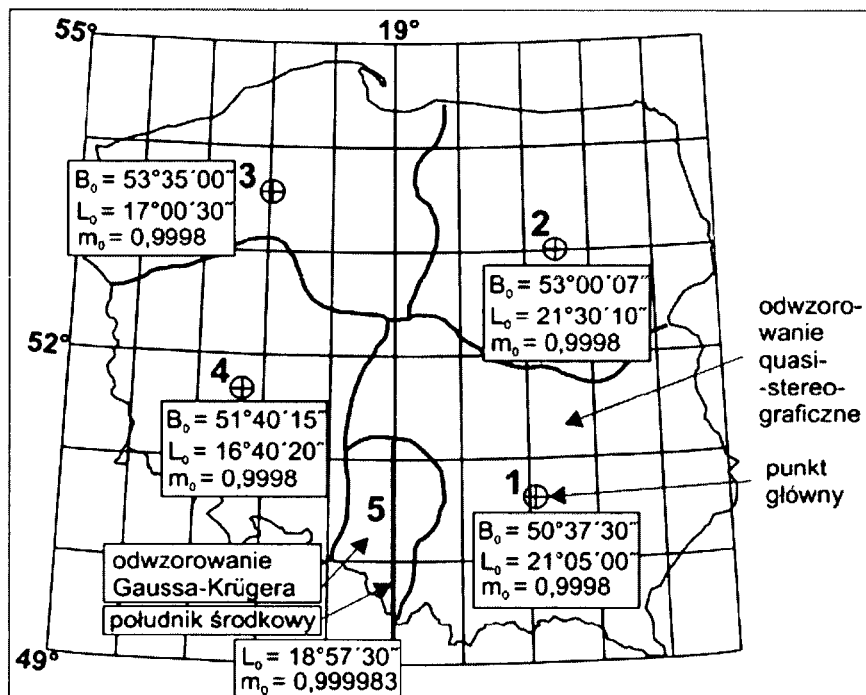
## **SPOSÓB PRZELICZANIA WSPÓLRZĘDNYCH Z UKŁADU „1965” NA UKŁAD „2000”**

### **Podstawowe definicje układu „1965”**

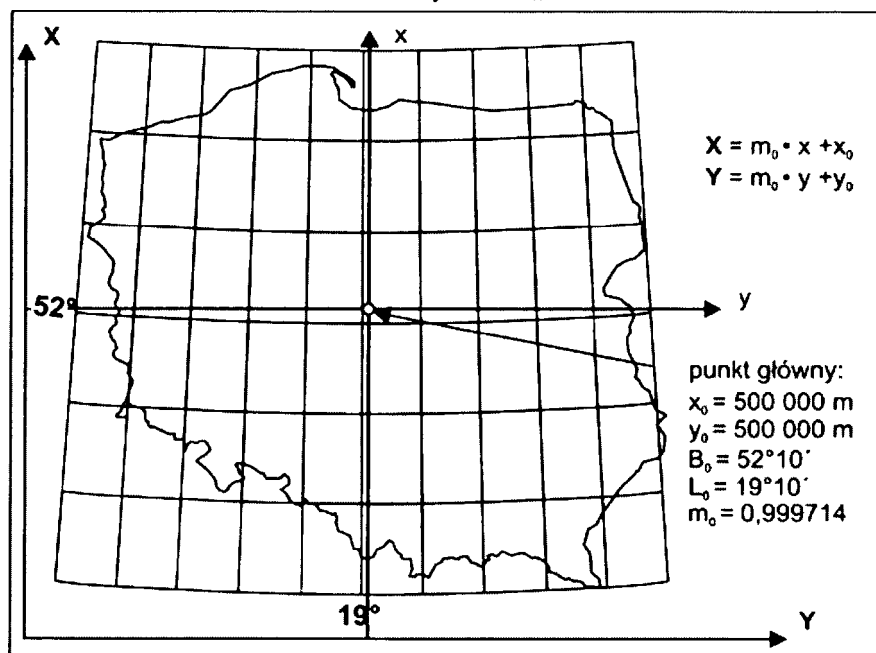
Układ odniesienia „1942” był układem objętym klauzulą tajności. Stosowanie tego układu w pracach cywilnych było w związku z tym bardzo kłopotliwe, dlatego też w latach 60 państwowa służba geodezyjna rozpoczęła prace nad wprowadzeniem nowego, 5- strefowego układu odwzorowawczego, który nazwany został układem odniesienia „1965”. Układ współrzędnych (płaskich) „1965” wprowadzony został do opracowań kartograficznych przeznaczonych dla potrzeb gospodarczych w 1968 roku. Decyzja Prezydium Rządu z 1970 roku zobowiązywała do wymiany map wykonanych uprzednio w innych odwzorowaniach i układach odniesienia (np. mapy topograficzne w skali 1:10 000 do roku 1970 opracowywane były w układzie odniesienia „1942”) na mapy w układzie „1965” oraz wykonanie dla całego kraju prac kartograficznych, umożliwiających udostępnienie map użytkownikom. Zgodnie z rozporządzeniem Prezesa Rady Ministrów z dnia 8 sierpnia 2000 roku, w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych, układ „1965”, oraz lokalne układy współrzędnych mogą być stosowane do dnia 31 grudnia 2009 roku. Podstawę układu „1965” stanowił ten sam, co w systemie „1942” układ współrzędnych elipsoidalnych. Obszar Polski podzielono na pięć stref odwzorowawczych, przy czym w strefach 1, 2, 3, 4 zastosowano tzw. odwzorowanie quasi-stereograficzne Roussilhe’a, natomiast w strefie 5 zmodyfikowane odwzorowanie Gaussa-Krügera. Strefy odwzorowawcze w układzie „1965” przedstawione są na mapie (rys.1).

Zniekształcenia odwzorowawcze w każdej strefie układu mieszczą się w zakresie od 20 cm/km do -20 cm/km. Układ „1965” był przeznaczony głównie do tworzenia mapy zasadniczej.

Dla map topograficznych i przeglądowych w skalach 1:100 000 i mniejszych przyjęto układ oparty na jednostrefowym odwzorowaniu quasi-stereograficznym obszaru Polski nazwany „GUGiK80”. Punkt główny odwzorowania był umiejscowiony w geometrycznym „środku” Polski ( $\varphi_0 = 52^\circ 10'$ ,  $\lambda_0 = 19^\circ 10'$ ). Współczynnik zniekształcenia skali w tym punkcie wynosi  $m_0 = 0.999714$ , a maksymalne zniekształcenie liniowe na granicach Polski wynosi 93 cm/km.



Rysunek 1. Podział obszaru Polski na strefy układu „1965”.



Rysunek 2. Układ "GUGiK-80", odzworowanie quasi-stereograficzne

Układ ten znalazł zastosowanie jedynie przy opracowaniu wydawanej w latach 1980-1984 topograficznej mapy Polski w skali 1:100 000.

Dotychczasowy układ współrzędnych "1965" (będący m. in. podstawą tworzenia mapy zasadniczej kraju), podzielony jest na pięć stref: 1965/1, 1965/2, 1965/3, 1965/4, 1965/5, stanowiących odrębne odwzorowania elipsoidy Krasowskiego w obszarze Polski. W strefach 1- 4 zastosowano odwzorowanie quasi-stereograficzne (Roussilhe'a) ze skalą w punkcie głównym (skalę podobieństwa)  $m_0 = 0.9998$ , natomiast w strefie 5 - modyfikowane odwzorowanie Gaussa - Krügera o skali na południku środkowym  $m_0 = 0.999983$ .

Współrzędne pełne w układzie 1965 wyznacza się z zależności:

Dla stref 1,2,3,4 (odwzorowanie quasi-stereograficzne)

$$X_{1965} = m_0 * X_{qS} + X_0$$

$$Y_{1965} = m_0 * Y_{qS} + Y_0$$

$x_{qS}, y_{qS}$  - współrzędne odwzorowania quasi-stereograficznego  
względem punktu środkowego o współrzędnych geodezyjnych  
 $B_0, L_0$

$X_0, Y_0$  - współrzędne kartograficzne punktu środkowego strefy  
 $m_0 = 0.9998$  (skala podobieństwa odwzorowania)

Dane dotyczące punktu środkowego strefy:

Elipsoida odniesienia : Krasowski, duża półoś  $a = 6378245$  m,  
spłaszczenie  $\alpha = 1/298,3$

Strefa 1

$$B_0 = 50^\circ 37' 30''$$

$$L_0 = 21^\circ 05' 00''$$

$$X_0 = 5467000.0000 \text{ m}$$

$$Y_0 = 4637000.0000 \text{ m}$$

Strefa 2

$$B_0 = 53^\circ 00' 07''$$

$$L_0 = 21^\circ 30' 10''$$

$$X_0 = 5806000.0000 \text{ m}$$

$$Y_0 = 4603000.0000 \text{ m}$$

Strefa 3

$$B_0 = 53^\circ 35' 00''$$

$$L_0 = 17^\circ 00' 30''$$

$$X_0 = 5999000.0000 \text{ m}$$

$$Y_0 = 3501000.0000 \text{ m}$$

Strefa 4

$$B_0 = 51^\circ 40' 15''$$

$$L_0 = 16^\circ 40' 20''$$

$$X_0 = 5627000.0000 \text{ m}$$

$$Y_0 = 3703000.0000 \text{ m}$$

Dla strefy 5 (odzworowanie Gaussa-Krügera)

$$X_{1965/5} = m_0 * X_{GK} + X_0$$

$$Y_{1965/5} = m_0 * Y_{GK} + Y_0$$

$X_{GK}$ ,  $Y_{GK}$  - współrzędne Gaussa-Krügera

Południk osiowy  $-L_0 = 18^\circ 57' 30,0''$

$$m_0 = 0.999983$$

$$X_0 = -4700000.0$$

$$Y_0 = 237000.0$$

### Podstawowe definicje układu „2000”

Układ „2000” jest czterostrefowym odzworowaniem Gaussa-Krügera elipsoidy GRS80, w pasach 3-stopniowych. Dla obszaru Polski wyodrębniono cztery trzystopniowe strefy południkowe o południkach osiowych, których długości geodezyjne wschodnie wynoszą  $15^\circ$ ,  $18^\circ$ ,  $21^\circ$  i  $24^\circ$ . Dla każdej z tych stref współczynnik  $m_0$  zniekształcenia skali na południku osiowym wynosi 0.999923, a zniekształcenia liniowe zawierają się w zakresie od  $-7.7$  cm/km na południku osiowym do ok.  $+7$  cm/km na brzegu każdej strefy.

Współrzędne pełne (cechowane) w układzie 2000 wyznacza się z zależności:

#### UKŁAD 2000

$$X_{2000} = m_0 \cdot x_{GK}$$

$$Y_{2000} = m_0 \cdot y_{GK} + 500\,000.0 + c \cdot 1\,000\,000$$

$x_{GK}$ ,  $y_{GK}$  - współrzędne Gaussa-Krügera

$$m_0 = 0.999923$$

$c = L_0 / 3$  - cecha strefy wynosząca dla kolejnych stref

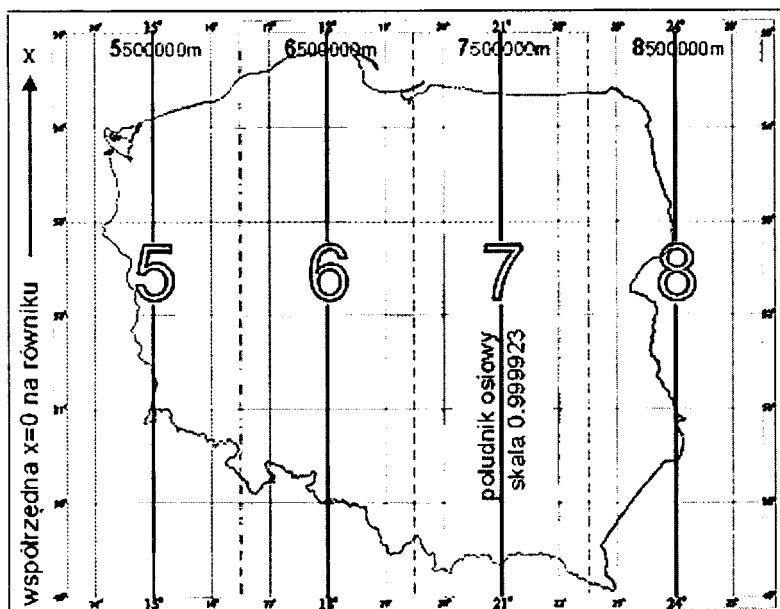
odpowiednio:

5, 6, 7, 8

$L_0$  - długość południka osiowego strefy w stopniach

Przyjęta skala na południku środkowym każdej strefy oznacza, że zniekształcenia odzworowawcze na tym południku wynoszą  $-7.7$  cm/km. Na styku sąsiednich stref w obszarze Polski wynoszą one maksymalnie ok.  $+7$  cm/km. Układ 2000 jest przeznaczony dla map gospodarczych wielkoskalowych.

Podstawy teoretyczne układu 2000 zostały opracowane przez zespół Komitetu Geodezji PAN pod kierunkiem W. Barana.



Rysunek 3. Układ „2000” (wielostrefowe odwzorowanie Gaussa-Krügera)

## Sposób przeliczania współrzędnych z układu „1965” na układ „2000”

### 1. Wprowadzenie

W problematyce przekształceń numerycznych zbiorów danych geodezyjnych z układu „1965” lub lokalnego do układu „2000” należy uwzględnić nie tylko matematyczne definicje układów współrzędnych lecz także ich fizyczne realizacje, czyli odpowiadające układy odniesienia, reprezentowane przez punkty osnów geodezyjnych, a także istniejące opracowania kartograficzne.

Osnowy geodezyjne, reprezentujące rzeczywiste układy odniesienia, wyznaczone niezależnie w dwóch różnych epokach technologicznych i układach współrzędnych, teoretycznie powinny się przekształcać na siebie według formuły:

$$Xy_{1965} \diamond BLH(\text{Krasowski}) \diamond BLH(\text{GRS-80}) \diamond xy_{2000} \quad (1)$$

Niestety, z powodów różnego rodzaju błędów (pomiarowych, metodologicznych), zwłaszcza w minionej epoce technologicznej, nie spełniają w sposób znaczący tego warunku.

Biorąc np. współrzędne  $xy_{2000}$  dowolnego punktu II klasy wyznaczone z niezależnego wyrównania sieci II klasy w nowym układzie i przekształcając je według matematycznej formuły (1) do układu „1965” otrzymamy wartości, które nie pokrywają się ze współrzędnymi katalogowymi tego punktu w układzie „1965”. Różnice, w zależności od lokalizacji punktu (strefy), mogą sięgać nawet wartości 90 centymetrów (maksymalne w strefie 3). Są one obrazem pewnych deformacji rzeczywistego (empirycznego) układu „1965”, zrealizowanego przez dawne osnowy, w stosunku do układu teoretycznego „1965”, odpowiadającego teoretycznie układowi „2000”.

Z powyższego wynika, że aby przekształcić poprawnie współrzędne z rzeczywistego (empirycznego, katalogowego) układu „1965” do układu „2000”, należy najpierw dokonać przesunięcia (skorygowania) położenia punktu do „pozycji matematycznej”. Innymi słowy, do współrzędnych rzeczywistych (katalogowych) należy wprowadzić pewną korektę.

Na podstawie takiego lub podobnych testów przeprowadzonych w różnych strefach układu „1965” możemy się przekonać, że wyniki przekształceń matematycznych nie pokryją się na ogół z wartościami odpowiadających współrzędnych archiwalnych, a różnice mają wyraźne cechy lokalnych lub globalnych (strefowych) odchyłeń systematycznych.

Przyjmijmy umownie, że współrzędne przeliczone generują matematyczny układ „1965”, zaś współrzędne archiwalne - odpowiadający układ empiryczny „1965”. Zakładamy, że układ empiryczny wraz z całym archiwum map, poza doraźną aktualizacją (do roku 2009 – w świetle cytowanego rozporządzenia Rady Ministrów), nie powinien podlegać już zasadniczym modernizacjom. Dlatego wszelkie przeliczenia punktów z nowych układów odwzorowawczych elipsoidy GRS-80 (z systemu ETRF'89) do układu „1965” powinny zakładać „dopasowanie” współrzędnych obliczonych do istniejących już odpowiedników empirycznych (archiwalnych). Oznacza to konieczność zastosowania dodatkowego przekształcenia współrzędnych:

$$Xy_{1965} \text{ (empiryczne)} \text{ =====>} xy_{1965} \text{ (matemat.)} \text{ => ..... =>} xy_{2000} \text{ (matemat.)} \text{ (2)}$$

korekta globalna

O ile operacja (2) oznacza pewne „świadome” zniekształcanie układu „dobrego”, operacja odwrotna będzie oznaczać „naprawianie” (korygowanie) zniekształconego układu archiwalnego (po to, by wejść do układu nowego z możliwie najlepszym efektem jakościowym).

Funkcje tzw. korekty globalnej, w postaci wielomianów, opisujące deformacje każdej strefy układu „1965”, zostały wyznaczone (estymowane) na podstawie podzbiorów punktów I i II klasy jako punktów dostosowania. Funkcje korekty globalnej (w identycznych formułach) są obecnie zaimplementowane w większości programów użytkowych, transformujących punkty lub mapy (SWDE konwertor 2000, EWMAPA, GEONET\_unitrans, GEO-INFO).

Ze względu na ograniczenia modelowe, funkcje korekt globalnych cechuje pewien stopień generalizacji. Jakkolwiek ich błąd standardowy, określony na punktach I+II klasy jest tylko rzędu 0.03-0.04m – nie ujmują one precyzyjnie wszystkich deformacji lokalnych. Dlatego przy transformacji punktów osnów geodezyjnych (osnów klasy III i pomiarowych) zastosowanie tylko korekty globalnej nie jest wystarczające.

Po wykonaniu przekształceń według schematu (2), dokonujemy jeszcze przekształcenia finalnego (korekty lokalnej), polegającego na wpasowaniu otrzymanego zbioru punktów (już na płaszczyźnie układu „2000”) w lokalny układ punktów dostosowania (zakładamy, że punkty dostosowania klasy wyższej niż klasa punktów transformowanych są również elementami zbioru przekształcanego z układu pierwotnego). Wpasowanie to realizuje się znaną transformacją liniowo-konforemą Helmerta z rozrzuceniem odchyłek transformacji na wszystkie punkty transformowane metodą Hausbrandta.

$$xy_{2000}(\text{matemat.}) \text{ =====>} xy_{2000}(\text{empiryczne}) \quad (2a)$$

korekta lokalna

Ten finalny etap transformacji, zwany też korektą lokalną, zazwyczaj nie wnosi już znaczących zmian do współrzędnych otrzymanych według formuły (2). Wyjątki są wynikiem różnych defektów w zbiorach współrzędnych układu „1965”, jak również przemieszczeń punktów (zauważalnych głównie w strefie 5).

W przypadku, gdy współrzędne pierwotne pochodzą z układu lokalnego, stosujemy postępowanie dwuetapowe. Etap pierwszy to przekształcenie współrzędnych z układu lokalnego do rzeczywistego (empirycznego) układu „1965”, zaś etap II to zadanie już analogiczne do tego jak omawiane powyżej, czyli przekształcenie z układu „1965” (empiryczny) do układu „2000”.



## 2. Statystyka odchyień pomiędzy matematycznym a empirycznym układem „1965”

Tabela 1 podaje przeciętne (co do wartości bezwzględnej) i maksymalne odchylenia współrzędnych matematycznych (bez korekty i z korektami globalnymi) od współrzędnych archiwalnych, zidentyfikowane na punktach I klasy. Ze szczegółowej analizy różnic współrzędnych można wynieść, że istotne odchylenia „od matematyki” widoczne są zwłaszcza w strefie 3. układu „1965”, gdzie historycznie rzecz biorąc osnowa geodezyjna nie stanowiła jednolitego i jednorodnego układu obserwacyjnego. Drugie, nie mniej istotne, spostrzeżenie dotyczy strefy 5, gdzie zaznacza się widoczne przesunięcie układu empirycznego po osi X w granicach ok. 0,5 m.

Wartości odchyłek współrzędnych pomiędzy układem matematycznym a układem empirycznym „1965”									
Strefa	Przeciętne [m]						Maksymalne -Wypadkowe [m]		
	bez korekty		z korektą konforemna		z korektą niekonfor.		bez korekty	z korektą konforemna	z korektą niekonfor.
	$e_x$	$e_y$	$e_x$	$e_y$	$e_x$	$e_y$			
1	0,15	0,17	0,09	0,12	0,05	0,05	0,6	0,4	0,3
2	0,19	0,10	0,04	0,05	0,03	0,04	0,6	0,2	0,2
3	0,20	0,18	0,04	0,04	0,04	0,03	1,0	0,3	0,2
4	0,10	0,12	0,03	0,05	0,03	0,03	0,5	0,2	0,2
5	0,45	0,07	0,05	0,04	0,04	0,02	0,8	0,5	0,5

Tab. 1. Statystyka odchyłek empirycznego układu „1965”

## 3. Punkty dostosowania do transformacji osnów z układu „1965” do układu „2000”

Punkty dostosowania zadania transformacji są to punkty klasy wyższej niż klasa punktów transformowanych, położone w pewnym obszarze wspólnym z punktami transformowanymi, posiadające współrzędne w obu układach, pierwotnym („1965”) i wtórnym [aktualnym, wynikowym] („2000”).

Punkty dostosowania są konieczne tylko do wykonania końcowego etapu pełnego zadania transformacji, czyli etapu tzw. korekty lokalnej, polegającego na wpasowaniu przeliczonych punktów w układ odniesienia określony lokalnie przez osnowę wyższego rzędu. Operacja ta (korekta lokalna), realizowana przy użyciu transformacji Helmerta i poprawek Hausbrandta, jest wymagana przede wszystkim przy przeliczaniu osnów III klasy lub pomiarowych. Nie musi być realizowana przy transformacji punktów sytuacyjnych, jeśli przy podstawowym przeliczeniu  $xy_{65} \Rightarrow xy_{2000}$  uwzględniono tzw. korektę globalną (dla określonej strefy układu „1965”), a w danym obszarze lokalnym nie stwierdzono jakiegось wyjątkowego błędu w osnowie klasy III, deformującego lokalnie układ „1965” na poziomie zarówno osnowy pomiarowej, jak też opracowania kartograficznego (mapy). Sytuacje wyjątkowe wymagają odrębnego potraktowania (np. poprawienia osnowy w układzie „1965”) i lokalnego „skorygowania” obrazu kartograficznego.

#### **4. Wstępna kontrola zgodności współrzędnych punktów dostosowania**

Przed wykonaniem transformacji należy sprawdzić zgodność współrzędnych punktów dostosowania pomiędzy układem pierwotnym „1965” a wtórnym „2000”. Dotyczy to w pierwszej kolejności osnów klasy I i II służącej do transformacji osnów klasy III. Oryginalne dane źródłowe, pochodzące z Centralnego Ośrodka Dokumentacji Geodezyjnej i Kartograficznej zawierają współrzędne w układach „1965”, „1992”. Przeliczenie z układu „1992” do określonej strefy układu „2000” jest zadaniem czysto matematycznym, realizowanym zgodnie z algorytmami opublikowanymi w Wytycznych Technicznych G-1.10, przez wiele dostępnych ogólnie programów (np. TRANSPOL, GEONET\_unitrans).

Sprawdzenie zgodności współrzędnych punktów w układach „1965” i „2000” możemy przeprowadzić dokonując przekształcenia współrzędnych z jednego układu na płaszczyznę układu drugiego, np.  $xy_{2000} \Rightarrow xy_{65}$  (empiryczne)

#### **5. Wykonanie i kontrola kolejnych etapów zadania transformacji punktów z układu „1965” do układu „2000”**

Kiedy wprowadzimy już poprawki i przejdziemy z układu empirycznego na układ matematyczny, możemy przejść do transformacji współrzędnych układu „1965” na układ „2000”.

Transformację możemy przeprowadzić dzięki wzorom transformacji Helmerta i korekty Hausbrandta.

**Transformacja Helmerta** (przez podobieństwo lub liniowa transformacja konforemna). W pierwszym etapie wyznaczamy współczynniki transformacji na podstawie współrzędnych punktów dostosowania (łącznych). Oznaczmy  $\{ (x_i, y_i) : i = 1, 2, \dots, n \}$ ,  $\{ (X_i, Y_i) : i = 1, 2, \dots, n \}$  dane zbiory współrzędnych tych punktów w odpowiednich układach: pierwotnym i aktualnym. Obliczamy najpierw współrzędne środków ciężkości zbiorów punktów w obu układach i dokonujemy odpowiedniego centrowania współrzędnych:

$$x_0 = (\sum x_i) / n, y_0 = (\sum y_i) / n, X_0 = (\sum X_i) / n, Y_0 = (\sum Y_i) / n \quad (3)$$

$$\underline{x}_i = x_i - x_0, \quad \underline{y}_i = y_i - y_0 \quad \underline{X}_i = X_i - X_0 \quad \underline{Y}_i = Y_i - Y_0 \quad (4)$$

(dla wszystkich  $i = 1, 2, \dots, n$ ).

Szukane współczynniki transformacji wyrażają się wzorami:

$$C = W_1 / W, \quad S = W_2 / W \quad (5)$$

gdzie:

$$W = \sum_{i=1 \dots n} (\underline{x}_i^2 + \underline{y}_i^2) \quad (6)$$

$$W_1 = \sum_{i=1 \dots n} (\underline{X}_i \times \underline{x}_i + \underline{Y}_i \times \underline{y}_i) \quad (7)$$

$$W_2 = \sum_{i=1 \dots n} (\underline{X}_i \times \underline{y}_i + \underline{Y}_i \times \underline{x}_i) \quad (8)$$

Teraz możemy już realizować samą transformację (przekształcenie współrzędnych z układu pierwotnego do wtórnego), stosując wzory:

$$\begin{aligned} X' &= X_0 + C \times \underline{x} + S \times \underline{y} \\ Y' &= Y_0 + C \times \underline{y} - S \times \underline{x} \end{aligned} \quad (9)$$

gdzie:  $\underline{x} = x - x_0, \quad \underline{y} = y - y_0$ .

$x, y$  - współrzędne punktu w układzie pierwotnym,

$X', Y'$  - współrzędne punktu po transformacji (w układzie wtórnym).

Dla wszystkich punktów dostosowania obliczamy stosowne odchyłki współrzędnych katalogowych (poprawki do współrzędnych z transformacji):

$$V_{xi}^* = X_i - X_i', \quad V_{yi}^* = Y_i - Y_i' \quad (10)$$

(i - wskaźnik punktu dostosowania), a na ich podstawie - błąd transformacji jako średniokwadratową odchyłkę wypadkową punktu

$$\mu_i = \left[ \sum (V_{xi}^2 + V_{yi}^2) / f \right]^{1/2} \quad (11)$$

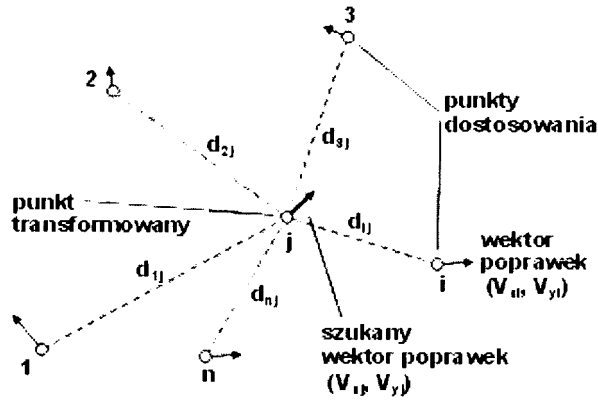
przy czym przyjmujemy  $f = n$  (zamiast  $f = n - 2$ ) uznając, że parametr  $\mu_i$  jest tylko umowną miarą jakości dopasowania (w ujęciu stochastycznym parametr ten byłby wprawdzie pewnym oszacowaniem błędu położenia punktu, ale ocena taka nie jest dostatecznie wiarygodna, gdyż opisane zadanie zakłada uproszczony model stochastyczny dla wielkości, które nie są bezpośrednimi obserwacjami, a ponadto nadwymiarowość układu będzie w praktyce na ogół istotnie ograniczona).

Niezależnie od powyższych wątpliwości, odchyłki i błąd transformacji są podstawą do jakiejś oceny poprawności współrzędnych punktów dostosowania w danej klasie sieci. Współczynniki transformacji  $C$ ,  $S$  mają następującą interpretację:

$$C = m \times \cos(\alpha), \quad S = m \times \sin(\alpha), \quad (12)$$

gdzie:  $m = (C^2 + S^2)^{1/2}$  - współczynnik zmiany skali przekształcenia  
 $\alpha$  - kąt skręcenia osi układu współrzędnych

**Korekta posttransformacyjna Hausbrandta.** W wyniku zastosowania wzorów (9) wszystkie punkty dostosowania otrzymają nowe współrzędne, które nie muszą się pokrywać z istniejącymi już współrzędnymi katalogowymi (archiwalnymi) tych punktów. Różnice określone wzorami (10) są odchyłkami transformacji. Aby nie zmieniać dotychczasowych współrzędnych (archiwalnych) stosujemy pewnego rodzaju dodatkowe „uzgodnienie” współrzędnych, które nazywa się korektą Hausbrandta [13]. Polega ona na tym, że współrzędne punktów dostosowania w układzie wtórnym pozostawia się bez zmiany (można powiedzieć inaczej, że do współrzędnych transformowanych (9) dodaje się wartości poprawek (10), powracając tym samym do wartości współrzędnych katalogowych), natomiast wszystkim pozostałym punktom transformowanym (poza punktami dostosowania) przydziela się poprawki wyznaczone przy zastosowaniu specjalnych wzorów interpolacyjnych (w ten sposób następuje niejako świadome deformowanie wyników transformacji Helmerta, narzucone przez warunek niezmienności współrzędnych katalogowych):



Rys. 4. Ilustracja do zadania korekty Hausbrandta.

$$V_{xj} = \frac{\sum [V_{xi} \times (1/d_{ij}^2)]}{\sum (1/d_{ij}^2)}, \quad V_{yj} = \frac{\sum [V_{yj} \times (1/d_{ij}^2)]}{\sum (1/d_{ij}^2)} \quad (13)$$

(sumowania po  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $j$  - wskaźnik punktu transformowanego)

Jak widać, przedstawione wzory wykazują podobieństwo do średnich ważonych, gdzie wagi są odwrotnościami kwadratów odległości danego punktu o wskaźniku  $j$  (w zbiorze wszystkich punktów transformowanych) od punktu dostosowania o wskaźniku  $i$  (w zbiorze punktów dostosowania). Długości  $d_{ij}$  obliczamy na podstawie współrzędnych pierwotnych. Wielkości poprawek (13) dodajemy do współrzędnych po transformacji, czyli do współrzędnych wyznaczonych przy pomocy wzorów (9).

### Literatura:

1. Kadaj R., *Formuły odwzorowawcze i parametry układów współrzędnych*, Wytyczne Techniczne G-1.10 (projekt), wykonano na zlecenie GUGiK, Warszawa, grudzień 1999.
2. Kadaj R., *Zasady zastosowania metody transformacyjnej do przeliczania punktów z układu „1965” lub lokalnego do układu „2000”*, [www.gugik.gov.pl/gugik/dw\\_files/357\\_metoda\\_trans3.pdf](http://www.gugik.gov.pl/gugik/dw_files/357_metoda_trans3.pdf)
3. Rogowski J. B., Figurski M., *Ziemskie systemy i układy odniesienia*