Turzyński, Konrad

Uniwersalność tak zwanych "najwyższych praw myślenia" a różne rodzaje negacji

Acta Universitatis Nicolai Copernici. Logika 3 (255), 103-138

1992

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

MUZEUM HISTORII POLSKI

ACTA UNIVERSITATIS NICOLAI COPERNICI

LOGIKA III - NAUKI HUMANISTYCZNO-SPOŁECZNE - ZESZYT 255 - 1992

Katedra Logiki

Konrad Turzyński

UNIWERSALNOŚĆ TAK ZWANYCH "NAJWYŻSZYCH PRAW MYŚLENIA" A RÓŻNE RODZAJE NEGACJI

§1. Wstęp

Cele niniejszego artykułu są następujące: 1° ukazanie związków między pojęciami **seminegacji** a nieporozumieniami terminologicznymi towarzyszącymi odrzuceniu zasady niesprzeczności lub zasady wyłączonego środka, 2° ustosunkowanie się do polemiki P. Materny z A. Sidorenką w sprawie schematu *ex falso quodlibet*, 3° uzasadnienie celowości budowania i badania wielowartościowych nieklasycznych rachunków zdań i 4° wskazanie na wyodrębnianie w danym rachunku wielowartościowym różnych odpowiedników klasycznego funktora negacji jako na sposób zapobiegania «paradoksom negacji». Celom tym są poświęcone, odpowiednio, kolejne (oprócz pierwszego i ostatniego) paragrafy tego artykułu. Wypowiadając się o "najwyższych prawach myślenia" będę zwracał uwagę przede wszystkim na zasady: niesprzeczności i wyłączonego środka.

Wszystkie te prawa mogą być rozpatrywane jako wyrażenia należące do danego języka przedmiotowego, natomiast te spośród nich, w których główny funktor jest interpretowany jako implikacja, mogą posiadać swoje odpowiedniki metajęzykowe w postaci odpowied-

nich reguł inferencji (a więc - formuł metajęzyka). Jeżeli w danym rachunku zdaniowym dopuszczalnymi są: reguła odrywania dla funktora *C* (a w szczególności, jeśli matryca charakterystyczna tego rachunku jest **matrycą normalną** ze względu na ten funktor - por [47], str. 220) oraz reguły dołączania i opuszczania funktora *K*, to metatwierdzenie orzekające, że pewne wyrażenie metajęzyka jest tezą danego rachunku, jest równoważne (por. [33], tw. 4.3 na str. 178) metatwierdzeniu stanowiącemu regułę inferencji odpowiadającą temu wyrażeniu:

$$\vdash CK\alpha\beta\gamma \quad \text{wtedy i tylko wtedy, gdy} \quad \alpha,\beta \vdash \gamma$$

(i analogicznie w wypadku koniunkcji wieloczłonowych). O ile nie zaznaczę wyraźnie, że jest przeciwnie, będę dalej zajmował się rachunkami, w których reguła odrywania jest dopuszczalna.

Wyrażenia języka przedmiotowego będą zapisywane w znanej notacji beznawiasowej Łukasiewicza (por. np. [17],[18] i [36]) zaś matryce - jednolicie na podobieństwo matryc Słupeckiego (por. [43]). Będę więc badał następujące "najwyższe prawa myślenia":

Cpp	(lub $p \vdash p$)	- zasadę tożsamości
ApNp		- zasadę wyłączonego środka
NKpNp		- zasadę sprzeczności
CpNNp	(lub $p \vdash NNp$)	- słabą zasadę podwójnego przeczenia
CNNpp	(lub $NNp \vdash p$)	- mocną zasadę podwójnego przeczenia

Są one równokształtne z pewnymi tezami klasycznego, dwuwartościowego i funkcjonalnie pełnego rachunku zdań. Dyskusja, w której wzięli udział m. in. autorzy artykułów [22], [26] i [39], dotyczy przede wszystkim tego czy jest celowe zajmowanie się rachunkami zdaniowymi, w których dwuargumentowe funktory *A*, *C* i *K* oraz jednoargumentowy *N* nazywają się odpowiednio alternatywą, implikacją, koniunkcją i negacją (jak w rachunku klasycznym), ale których te-

zami nie są niektóre spośród pięciu wyżej wymienionych wyrażeń i - ogólniej - niektóre spośród wyrażeń równokształtnych tezom rachunku klasycznego.

§ 2. Seminegacje prawdy i fałszu

Oczywiście mają słuszność tacy autorzy jak Kraszewski w [22] i Materna w [26], gdy twierdzą, że nie sposób sensownie orzekać o nieobowiązywaniu, na przykład zasady niesprzeczności, skoro dany rachunek zdaniowy został tak zadany, że (aksjomatyczne lub matrycowe) definicje - w danym wypadku K i N - nadają im takie znaczenia, przy których wyrażenie $NKpNp$ nie jest dowodliwe (por. [22], str. 258 i poniekąd [26], str. 122-123). Jeśli więc mamy do czynienia z trzema rachunkami zdaniowymi, z których pierwszy jest klasycznym dwuwartościowym rachunkiem z alternatywą A, impilikacją C, koniunkcją K i negacją N, drugi jest jakimś innym rachunkiem z dwuargumentowymi funktorami A', C' i K' oraz jednoargumentowym funktorem N', trzeci zaś jest jeszcze innym rachunkiem zdań, w którym występują funktory dwuargumentowe A'', C'' i K'' oraz jednoargumentowy funktor N'', to może się okazać, że chociaż w pierwszym z nich

$$\vdash ApNp \qquad \text{oraz} \qquad \vdash NKpNp$$

to w drugim

$$\vdash A'pN'p \qquad \text{oraz} \qquad \nvdash N'K'pN'p$$

w trzecim zaś

$$\nvdash A''pN''p \qquad \text{oraz} \qquad \vdash N''K''pN''p$$

Jeżeli w takim wypadku funktory A' i A'' nazwie się alternatywami, funktory K' i K'' - koniunkcjami, a funktory N' i N'' - negacjami, to można ewentualnie spierać się o to, czy wadami, czy zaletami tych rachunków jest to, że w drugim z nich nie obowiązuje zasada

niesprzeczności, a w trzecim «nie obowiązuje» zasada wyłączonego środka. W rzeczywistości byłoby to nieporozumienie nazewnicze. Raczej należałoby uznać, że *N'* i *N"* posiadają tylko niektóre cechy negacji, *A"* (i być może *A'*) posiada tylko niektóre cechy alternatywy, a *K'* (i być może *K"*) posiada tylko niektóre cechy koniunkcji. Przy tym może się okazać, że w którymś z tych rachunków można (za pomocą funktorów *A'*, *C'*, *K'* i *N'* lub odpowiednio *A"*, *C"*, *K"* i *N"*) zdefiniować takie funktory dwuargumentowe *A**, *C** i *K** oraz taki funktor jednoargumentowy *N**, że wyrażenie zbudowane za ich pomocą jest tezą danego (tj. drugiego lub odpowiednio trzeciego spośród wymienionych) rachunku wtedy i tylko wtedy, gdy (nie licząc asterysków przy literach) równokształtne z nim wyrażenie jest tezą pierwszego, tj. klasycznego rachunku zdań. Mówi się wówczas, że pierwszy (klasyczny) rachunek zdaniowy jest **odtwarzalny** odpowiednio w drugim lub w trzecim rachunku. Dwa konkretne przykłady takiej odtwarzalności wskażę w paragrafie czwartym. Ponieważ zaś najczęściej takie sytuacje dotyczą rachunków zdaniowych, w których istnieją funktory posiadające tylko niektóre cechy negacji, wydaje się celowym dokonanie rozróżnienia terminologicznego naśladującego pomysł zawarty w [44], str. 11-12.

DEFINICJE Niech w danym rachunku zdaniowym będą zdefiniowane trzy funktory dwuargumentowe *A*, *C* i *K* oraz niech tezą tego rachunku będzie wyrażenie *Cpp*, a jedną z dopuszczalnych w nim reguł inferencji niech będzie schemat $p, Cpq \vdash q$. Wtedy **negacją (klasyczną, zwykłą) względem funktorów** *A*, *C* i *K* jest dowolny jednoargumentowy funktor *N* taki, że tezami tego rachunku są wyrażenia *ApNp*, *NKpNp*, *CpNNp* i *CNNpp*. Jeżeli taka negacja istnieje, to z kolei funktory *A*, *C* i *K* nazywają się odpowiednio **alternatywą, implikacją i koniunkcją klasycznymi względem funktora** *N*. Ponadto,

jeżeli istnieją funktory *A*, *C*,*K* i *N* spełniające te warunki, to każdy jednoargumentowy funktor S^v, dla którego tezami tego rachunku są wyrażenia CS^vpNp i S^vKpS^vp, ale nie jest tezą wyrażenie ApS^vp, nazywa się **seminegacją prawdy** (lub **mocną negacją**) **względem funktorów** *A*, *C*, *K* i *N*, natomiast każdy jednoargumentowy funktor S^f, dla którego tezami tego rachunku są wyrażenia $CNpS^fp$ i ApS^fp, ale nie jest tezą wyrażenie S^fKpS^fp, nazywa się **seminegacją fałszu** (lub **słabą negacją**) **względem funktorów** *A*, *C*, *K* i *N*. Do warunków definiujących te trzy rodzaje negacji należy też założenie, że funktory *N*, S^v i S^f są definiowalne w danym rachunku syntaktycznie i dlatego są dla nich spełnione założenia tw. Betha o **nietwórczości** definicji (por. np. [31], str. 173 i 180).

W ślad za pracą H. Smolenova nazwy 'mocna negacja' i 'słaba negacja' odzwierciedlają tylko to, że funktor S^v jest inferencyjnie silniejszy od funktora *N*, a ten - od funktora S^f. Jednakże w literaturze (por. np. [36], str. 39-40) te same nazwy bywają używane w odmiennych niż tu znaczeniach. Powyższa definicja różni się od zaproponowanej w [44] głównie tym, że tam zamiast aksjomatów *Cpp*, *ApNp*, *NKpNp*, *CpNNp* i *CNNpp* występowały trzy inne, a mianowicie: *CpCqp*, *CCpCqrCCpqCpr* i *CCNpNqCCNpqp*. Taka modyfikacja definicji Smolenowa może służyć lepszemu ukazaniu związków pomiędzy seminegacjami a tzw. najwyższymi prawami myślenia. (Warto tu dodać, że H. Rasiowa w pracy [32] na str. 192 i 258 zdefiniowała jeszcze inne pojęcie seminegacji, bez rozróżnienia na seminegację prawdy i seminegację fałszu, posługując się tylko jednym aksjomatem *CSCppq*, gdzie oczywiście *C* jest dwuargumentowym funktorem interpretowanym jako implikacja, a *S* - jednoargumentowym funktorem seminegacji.)

Pojęcia funktorów: seminegacji prawdy i seminegacji fałszu są

zrelatywizowane do pojęć funktorów alternatywy, implikacji, koniunkcji i negacji, których istnienie jest niezbędnym warunkiem definiowalności obu seminegacyj. Co więcej, pomiędzy funktorem negacji klasycznej z jednej strony, a funktorami alternatywy, implikacji i koniunkcji z drugiej strony zachodzi podobna, i to wzajemna, relatywizacja. Dla potrzeb tego artykułu nie wydaje się potrzebne formułowanie definicji nie zrelatywizowanych pomiędzy sobą (i zawierających mocniejsze niż tu warunki w definiensach) osobno dla poszczególnych funktorów - na podobieństwo tego, co można znaleźć np. w [5] na str. 44 i 48 (odnośnie negacji i alternatywy), w [13] na str. 34 (odnośnie alternatywy, implikacji, koniunkcji i negacji), w [28] na str. 51 (odnośnie implikacji), w [29] na str. 23-24 (odnośnie negacji) i wreszcie w [38] na str. 25 (**warunki standardowe** odnośnie różnych funktorów). Krótko mówiąc, nie wydaje się tu potrzebne bliższe określenie tych funktorów ani poprzez operacje konsekwencji, ani poprzez wartościowania. Wystarczy wskazanie ról, jakie względem siebie pełnią z jednej strony alternatywa, implikacja i koniunkcja, a z drugiej - negacje: mocna, zwykła i słaba (podobnie jak w pracy [1] na str. 2-3 autorka nie zawęziła zakresu funktorów jednoargumentowych, spośród którego należy wybrać ten funktor F, ze względu na który dany rachunek zdaniowy miałby zostać określony jako F-sprzeczny, F-niesprzeczny lub F-parakonsystentny).

Definicja nie zapewnia ani istnienia, ani jednoznaczności funktorów N, S^{v} i S^{f} - otwartym pozostaje zagadnienie, czy i jakie warunki (w postaci wyrażeń rachunku zdań) dołączone do definiensu zmieniłyby ten stan rzeczy. O tym, że relacje pomiędzy ilościami seminegacyj prawdy i seminegacyj fałszu mogą być różne w różnych rachunkach zdaniowych, świadczy poniższe przykładowe zestawienie.

Przedstawiam w nim sytuacje jakie zachodzą dla następujących rachunków zdań: pełnego trójwartościowego rachunku Słupeckiego ([42], str. 10), rachunku C_1 N. C. A. da Costy ([8], str. 3791) oraz logiki kierunkowej Rogowskiego ([36], str. 33, 39-40 i 84).

Rachunek Słupeckiego

matryca charakterystyczna: <{1, 2, 3}, {1}, *C*, *N*, *T*>, gdzie

C	1	2	3
*1	1	2	3
2	1	1	2
3	1	1	1

N	
*1	3
2	2
3	1

T	
*1	2
2	2
3	2

funktory pomocnicze: $Apq := CNpq$, $Kpq := NCpNq$

funktory klasyczne: *A*, *C*, *K* i *N*

negacja mocna (seminegacja prawdy): $S^v p := NCNpp$

negacja słaba (seminegacja fałszu): $S^f p := CTpNCTpp$

S^v	
*1	3
2	3
3	1

S^f	
*1	2
2	2
3	1

Rachunek da Costy

matryca charakterystyczna: <{1, 2, 3}, {1, 2}, *A*, *C*, *K*, *N*>, gdzie

C	1	2	3
*1	1	1	1
*2	1	1	1
3	1	1	3

C	1	2	3
*1	1	1	3
*2	1	1	3
3	1	1	1

K	1	2	3
*1	1	1	3
*2	1	1	3
3	3	3	3

N	
*1	3
2	1
3	1

funktory pomocnicze: $N^c := CpNCpp$

N^c	
*1	3
2	3
3	1

funktory klasyczne: *A*, *C*, *K* i N^c

negacja mocna (seminegacja prawdy): nie występuje

negacja słaba (seminegacja fałszu): $S^f = N$

RACHUNEK ROGOWSKIEGO

matryca charakterystyczna - $\langle\{1, 2, 3, 4\}, \{1\}, C, \vec{N}\rangle$, gdzie

C	1	2	3	4
*1	1	2	3	4
2	1	2	3	3
3	1	2	2	2
4	1	1	1	1

$\vec{N}$	
*1	3
2	1
3	4
4	2

funktory pomocnicze: $Np := \vec{N}\vec{N}p$

N	
*1	4
2	3
3	2
4	1

$\overleftarrow{N}p := \vec{N}\vec{N}\vec{N}p$, $Apq := CNpq$, $Kpq := NCpNq$,

$Tp := KpK\overleftarrow{N}K\vec{N}pp\vec{N}Kp\overleftarrow{N}p$, $\bar{N}p := NTp$,

$\hat{C}pq := CCT\vec{N}pNT\vec{N}qCCT\overleftarrow{N}pNT\overleftarrow{N}qCpq$, $\hat{A}pq := \hat{C}Npq$,

$\hat{K}pq := N\hat{C}pNq$

wariant pierwszy

funktory klasyczne: A, $\hat{C}$, K i N

negacje mocne (seminegacje prawdy):

$S^v_1p := TCp\vec{N}p$, $S^v_2p := CAp\vec{N}pK\vec{N}Ap\vec{N}p\overleftarrow{N}C\vec{N}pp$,

$S^v_3p := \bar{N}Ap\vec{N}p$, $S^v_4p := TNp$

S^v_1	
*1	4
2	1
3	4
4	1

S^v_2	
*1	4
2	3
3	1
4	2

S^v_3	
*1	4
2	4
3	1
4	1

S^v_4	
*1	4
2	4
3	4
4	1

negacje słabe (seminegacje fałszu): nie występują

wariant drugi

funktory klasyczne: $\hat{A}$, $\hat{C}$, $\hat{K}$ i N

negacje mocne (seminegacje prawdy):

S^v_4 , $S^v_5 p := N\lambda pTAp\overleftarrow{N}p$, $S^v_6 p := N\lambda pTAp\overrightarrow{N}p$

S^v_5	
*1	4
2	3
3	4
4	1

S^v_6	
*1	4
2	4
3	2
4	1

negacje słabe (seminegacje fałszu):

$S^f_1 p := \overleftarrow{C}p\overleftarrow{N}p$, $S^f_2 p := \overleftarrow{N}\overleftarrow{C}\overrightarrow{N}pTAp\overleftarrow{N}p$

$S^f_3 p := \overleftarrow{C}p\overrightarrow{N}p$ $S^f_4 p := C\overleftarrow{N}\overleftarrow{C}ppNp$

S^f_1	
*1	2
2	3
3	1
4	1

S^f_2	
*1	2
2	3
3	2
4	1

S^f_3	
*1	3
2	1
3	2
4	1

S^f_4	
*1	3
2	3
3	2
4	1

Warto przy tym zauważyć, że nawet w rachunku funkcjonalnie pełnym może nie istnieć żadna seminegacja określonego rodzaju. Pokazuje to przykład pierwszego wariantu logiki kierunkowej, funkcjonalnie pełnego ze względu na funktory implikacji kierunkowej C i inicjacji $\overrightarrow{N}$. Tym bardziej brak funkcjonalnej pełności jakiegoś rachunku zdaniowego ogranicza ilość seminegacyj. W przedstawionych powyżej rachunkach, jest takim tylko rachunek C_1; w tym wypadku chodzi tylko o seminegacje fałszu, ale seminegacji prawdy nie byłoby nawet wtedy, gdyby definicja nie zawierała warunku ograniczającego wybór funktorów do tych, których definicje są nietwórcze w C_1. Zauważmy ponadto, że za pomocą matryc trójelementowych z dwiema wartościami wyróżnionymi można zdefiniować jeszcze trzy inne funktory, które nie są seminegacjami fałszu w C_1 tylko dlatego, że nie można ich zdefiniować za pomocą funktorów będących pojęciami pierwotnymi tego rachunku. Dla

porównania: jak łatwo sprawdzić, w klasycznym rachunku zdań nie ma żadnej seminegacji.

Niejednokrotnie, co najmniej od ukazania się 80 lat temu pracy [50], mówi się o tzw. **logikach niearystotelesowych** jako o rachunkach logicznych, w których do zbioru tez nie należy (albo należy, lecz ma zmienionye znaczenie) przynajmniej jedno spośród następujących dwu "najwyższych praw myślenia" : prawo wyłączonego środka (wtedy za Łukasiewiczem słuszniej byłoby nazwać taką logikę **niechryzypową**; por. [34], str. 5 i 149) oraz prawo niesprzeczności (wtedy trafniejsza wydaje się nazwa logiki **heraklitowej**; por. [1], str. 6). W szczególności, powiada się,jak czynią to autorzy pracy [24] na str.119-120, że "**teorie parakonsystentne nie spełniają zasady sprzeczności (lub niesprzeczności)**", a "**teorie parakompletne nie spełniają zasady wyłączonego środka**". We wszystkich takich przypadkach jeśli istnieją w danych rachunkach negacje zwykłe oraz mocne i słabe, warto zawsze wykazywać, które funktory spośród zadanych lub zdefiniowanych w danych rachunkach po podstawieniu w miejsce *A*, *K* i *N* uczynią (lub nie uczynią) tezą wyrażenie powstałe przez to podstawienie z wyrażenia *ApNp* lub odpowiednio *NKpNp*. Mam tu na myśli zwłaszcza negacje zwykłe i oba rodzaje seminegacyj. Dzięki temu można zapobiegać także dyskusjom o tym na przykład, "**czy potrzebujemy ograniczenia prawa sprzeczności?**" (tytuł artykułu [26]), co jest głównym przedmiotem polemiki P. Materny z E. A. Sidorenką.

Zagadnienie uniwersalności "najwyższych praw myślenia" jest więc niejako kwestią "**relatywizmu**" - w tym sensie, że wyrażenia równokształtne z tymi prawami logiki klasycznej mogą być lub nie być tezami danego nieklasycznego rachunku w zależności od tego, które funktory tego rachunku (w szczególności - czy któraś spoś-

ród seminegacji, o ile takowe są w nim definiowalne syntaktycznie) zostaną zastosowane zamiast klasycznych: alternatywy, implikacji, koniunkcji i negacji. (Por. książkę [25] a w niej str. 213-235, tj. rozdział "**Kwestia relatywizmu w logice**".) Nieco inaczej rozumiany "relatywizm" (tj. obowiązywanie praw równokształtnych z klasycznymi w zależności nie od wyboru różnych funktorów danego rachunku, lecz od wyboru rachunku przy ustalonych interpretacjach spójników w poszczególnych rachunkach) jest przedmiotem krytyki Z. Kraszewskiego, do której ustosunkuję się w paragrafie czwartym.

Ponieważ zaś w różnych nieklasycznych rachunkach każdy z funktorów *A*, *C*, *K* i *N* używanych do wyrażania owych zasad również może mieć rozmaite odpowiedniki, otwiera się stosunkowo duża ilość wariantów zasady niesprzeczności, zasady wyłączonego środka i innych "praw najwyższego myślenia".

Tak więc w istocie chodzi o celowość tworzenia i badania takich rachunków, w których mogą istnieć funktory będące odpowiednikami (zwykle: uogólnionymi) funktorów znanych z klasycznego dwuwartościowego rachunku zdań, i których tezami są tylko niektóre wyrażenia równokształtne tezom tego (klasycznego) rachunku. W szczególności może to dotyczyć logik takich jak **parakonsystentne** (zawierające taki odpowiednik negacji N', że jest możliwe zarazem $\vdash \alpha$ i $\vdash N'\alpha$) albo **parakompletne** (zawierające taki odpowiednik negacji N'', że jest możliwe zarazem $\nvdash \alpha$ i $\nvdash N''\alpha$). Spośród tych dwu odmian logik nieklasycznych (a istnieją przecież także rachunki zdań zarazem parakonsystentne i parakompletne, jak np. rachunek π z pracy [24], który jest parakonsystentny i parakompletny ze względu na ten sam jednoargumentowy funktor) szczególnym zainteresowaniem różnych badaczy cieszą się logiki parakonsysten-

tne, które można scharakteryzować również poprzez niezachodzenie w nich tzw. **prawa przepełnienia** (zazwyczaj w postaci koniunkcyjnej), często zwanego też **regułą Dunsa Szkota**. Jest to reguła wnioskowania *KpNp* ⊢ *q* lub *p*, *Np* ⊢ *q* , albo wyrażenie *CKpNpq* (*ex falso quodlibet*).

§ 3. Koniunkcyjne prawo przepełnienia

Okazją do polemiki, którą stanowią prace [26] i [39], jest rozumowanie prowadzące od koniunkcji jakiegoś zdania i jego zaprzeczenia do dowolnego innego zdania, czyli właśnie realizacja schematu, którego odkrycie jest przypisywane Janowi Dunsowi. Oto dwie wersje tego rozumowania przedstawione przez autorów prac [26] i [39], odtworzone tu w zapisie beznawiasowym:

E. A. Sidorenko			P. Materna	
(1)	*KNpp*	(przesłanka)	(1')	*CKNppp*
(2)	*p*	(z 1)	(2')	*CKNppNp*
(3)	*Np*	(z 1)	(3')	*CpApq*
(4)	*Apq*	(z 2)	(4')	*CKNppKApqNp*
(5)	*KApqNp*	(z 3 i 4)	(5')	*CKApqNpq*
(6)	*q*	(z 5)	(6')	*CKNppq*

Zdaniem autora pracy [39] wnioskowaniu według *ex quodlibet*, jako zbyt daleko idącemu ("paradoksalnemu"), można i należy zapobiec w co najmniej jeden z dwu sposobów: odrzucając albo zasadę symplifikacji, która (w swej metalogicznej postaci: *p* ⊢ *Apq*) pozwala wywnioskować (4) z (2), albo - zasadę *modus tollendo ponens*, która (w swojej metalogicznej postaci: *KApqNp* ⊢ *q*) pozwala wywnioskować (6) z (5). Traktując to jako trudny wybór między dwiema "dostatecznie ugruntowanymi" zasadami, Sidorenko wybrał drugą ewentualność, bowiem - jego zdaniem - nie można wychodzić

od przesłanki *KNpp*, a zatem od uznania za prawdę sprzeczności, skoro potem korzysta się z zasady *modus tollendo ponens* opartej na zasadzie niesprzeczności. Sidorenko uważa jednak, że zasada *modus tollendo ponens* nie jest w ogóle błędna, lecz tylko - że nie może być stosowana w takim rozumowaniu jak to właśnie, a wobec tego - że istnieją zasady (w tym zasada niesprzeczności i inne na niej oparte, m. in. właśnie *modus tollendo ponens*), które nie powinny być uniwersalne, lecz właśnie poddane "restrykcji". Autor definiuje $\mathbf{Cl}_f$ jako klasę tych i tylko tych zasad $\alpha \vdash \beta$, o których wiadomo, że implikacja $C\alpha\beta$ jest podstawieniem pewnej tautologii klasycznego rachunku zdań, ale takiej, że żadna zmienna zdaniowa nie występuje w niej w jednym miejscu poprzedzona, a w innym - nie poprzedzona, funktorem negacji. Wyrażenia odpowiadające zasadom należącym do $\mathbf{Cl}_f$ stanowią zbiór tez **logiki relewantnej** A. R. Andersona i N. D.Belnapa. Wobec tego Sidorenko postuluje, aby nie odrzucać całkowicie zasady niesprzeczności i pochodzących od niej innych zasad, lecz ograniczyć je do ich "relewantnego użycia" ([39], str. 169).

Kontrargumentacja zawarta w artykule [26] wyraża stanowczy sprzeciw wobec tworzenia logik nieklasycznych uzasadniany argumentem, że znaczenie funktorów rachunku zdań nie może być *implicite* określane przez aksjomaty, bowiem owe funktory czyli stałe logiczne stają się wtedy "pseudo-stałymi", to jest po prostu zmiennymi. Według Materny, jeśli dwie (nierównoważne inferencyjnie) aksjomatyki definiują funktory opatrzone tymi samymi nazwami i oznaczeniami, to są to różne negacje, różne implikacje itd., a użytkownicy dwóch tak zdefiniowanych rachunków mówią po prostu różnymi językami. (Z tym ostatnim nie sposób nie zgodzić się, jak to już zaznaczyłem na początku § 2). Natomiast wobec zastrzeżeń

Sidorenki wobec "paradoksalności" rozumowania wiodącego od sprzeczności *KNpp* ku dowolnemu zdaniu *q* Materna proponuje - za P. Tichým - rozumowanie przedstawione powyżej w krokach od (1') do (6'), w którym zamiast traktować same założenia jako przesłanki (podejście "jednowymiarowe") posługuje się inferencją działającą na parach "poprzednik/następnik" (podejście "dwuwymiarowe"), toteż wszyskie kroki przedstawionego przezeń dowodu mają postać implikacji. Jak pisze - również za P. Tichým - "**uczynić hipotetyczne założenie *A* to tyle co uczynić z tautologii 'jeśli *A*, to *A*' (...) punkt wyjścia inferencji**". (Nie jest to słuszne, bowiem wyrażenia α i *Cαα* nie są na ogół równoważne.) Zresztą, jego zdaniem, wystarczy po prostu ostatni krok tego dowodu, czyli wyrażenie *CKNppq* ([26], str. 125). Jak słusznie pisze P. Materna ([26], str. 124), wyprowadziwszy dowolne zdanie z fałszywego założenia nie musimy uznawać tego wniosku. Tej hipotetyczności rozumowań prowadzonych według schematu *ex falso quodlibet* nie dostrzegł E. A. Sidorenko ([39], str. 162).

Rozumowanie Sidorenki w istocie jest przynajmniej zaskakujące: domyślnie zakłada on, że *ex falso quodlibet* nie odznacza się "uniwersalną ważnością" (a jest to właśnie przykład zasady, w której pewna zmienna zadaniowa występuje i pozytywnie i negatywnie), aby okrężną drogą dojść do wniosku, że istnieją zasady, które ... nie są uniwersalne (bowiem nie powinny być stosowane właśnie do takich relewantnych przypadków). Traktowanie zasady tożsamości *Cpp* i koniunkcyjnej zasady przepełnienia *CKNppq* jako tautologii, zgodnie z całością poglądów Materny (nie uznającego innych logik niż klasyczna dwuwartościowa), nie dałoby się utrzymać na gruncie innych rachunków logicznych - np. *Cpp* nie jest, jak łatwo zauważyć, tezą logiki kierunkowej ([36]; jeśli *C* jest

implikacją kierunkową), zaś *CKNppq* jest tezą logiki dyskusyjnej Jaśkowskiego, jeśli *C* oznacza **implikację dyskusyjną**, a *K* - **zwykłą koniunkcję** (por. [17], str. 69), lecz nie jest jej tezą, jeśli *C* oznacza implkację dyskusyjną, a *K* - **koniunkcję dyskusyjną** (por. [18], str. 171). Jest zresztą również odwrotnie: koniunkcyjne prawo przepełnienia nie jest tezą logiki kierunkowej, a zasada tożsamości nie jest tezą logiki dyskusyjnej.

Istnieje jednak taka interpretacja funktorów używanych w tych formułach, która zdaje się potwierdzać sugestię Sidorenki o swoistej nie-uniwersalności *modus tollendo ponens* (a nie zasady symplifikacji) jako warunku unieważnienia *ex falso quodlibet* i na gruncie której nie można przeprowadzić dowodu tej ostatniej zasady zaproponowanego przez Maternę. Stanowi ją matryca $\mathfrak{M}$=<{1,2,3,4}, {1,2}, *A*, *C*, *K*, N^1> będąca **osłabieniem** (por. [47], str. 223) następującej matrycy $\mathfrak{N}$ opisanej w [27] na str. 251-252:

A	1	2	3	4
*1	1	1	1	1
*2	1	2	1	2
3	1	1	3	3
4	1	2	3	4

C	1	2	3	4
*1	1	4	3	4
*2	1	2	3	4
3	1	3	1	3
4	1	1	1	1

K	1	2	3	4
*1	1	2	3	4
*2	2	2	4	4
3	3	4	3	4
4	4	4	4	4

N^1	
*1	4
*2	2
3	3
4	1

N^2	
*1	4
*2	3
3	2
4	1

W matrycy $\mathfrak{N}$ istnieje dokładnie jedna - w rozumieniu definicji z paragrafu pierwszego - negacja klasyczna względem *A*, *C* i *K*, a jest nią funktor N^2 współtworzący tę matrycę czyli tzw. **negacja Boole'a**. Względem funktorów *A*, *C*, *K* i N^2 nie istnieją seminegacje prawdy, natomiast istnieją co najwyżej trzy seminegacje fałszu - żadną z nich nie jest jednak funktor N^1 czyli tzw. **negacja de Morgana**. Według interpretacji w matrycy $\mathfrak{M}$ (będącej osłabieniem matrycy $\mathfrak{N}$ poprzez odrzucenie funktora N^2), tautologiami są: wyrażenie *CpApq* (zasada symplifkacji) i cztery pierwsze przesłanki przytoczonego powyżej rozumowania Materny, ale ostatnia

przesłanka (5') czyli *modus tollendo ponens* (będąca odpowiednikiem reguły γ, o której mówi tytuł pracy [27]) i wniosek (6') czyli *ex falso quodlibet* nie są tautologiami matrycy $\mathfrak{M}$. Ponadto, według tej interpretacji nie są tautologiami zasady: wyłączonego środka i niesprzeczności, ale są takowymi: zasada tożsamości oraz obie, mocna i słaba, zasady podwójnego przeczenia.(Tak więc zawartość matrycy $\mathfrak{M}$ jest kolejnym przykładem parakonsystentnego i zarazem parakompletnego rachunku zdań.)

Jednak w rzeczywistości nie ma racji również E. A. Sidorenko, gdy twierdzi, że jedynym sposobem zapobieżenia ważności zasady *ex falso quodlibet* jest odrzucenie zasady symplifikacji lub zasady *modus tollendo ponens*. Istnieje bowiem matryca, zwana **matrycą Smiley'a** (por. [11], str. 323), w której zasada symplifikacji *CpApq* i *modus tollendo ponens CKApqNpq* są tautologiami, ale nie jest tautologią *CKNppq* (*ex falso quodlibet*):

A	1	2	3	4
*1	1	1	1	1
2	1	2	1	2
3	1	1	3	3
4	1	2	3	4

C	1	2	3	4
*1	1	4	4	4
2	1	1	4	4
3	1	4	1	4
4	1	1	1	1

K	1	2	3	4
*1	1	2	3	4
2	2	2	4	4
3	3	4	3	4
4	4	4	4	4

N	
*1	4
2	2
3	3
4	1

Względem funktorów *A*, *C* i *K* nie istnieje negacja klasyczna określona nietwórczą definicją (gdyby odrzucić to ograniczenie, negacje: klasyczna oraz mocne i słabe istniałyby dokładnie takie jak w przypadku wariantu II logiki kierunkowej). Warto też zauważyć, że jest to matryca charakterystyczna rachunku zdaniowego zwanego **systemem tautologicznego entailment** zawarta na str. 161 w pracy [2] cytowanej przecież przez Sidorenkę. Jednakże nie jest tautologią w tej matrycy wyrażenie *NKpNp*. Tymczasem okazuje się, że ani zasady symplifikacji, ani zasady *modus tollendo ponens*, ani zasady niesprzeczności (ani nawet zasady *tertium non datur ApNp*)

nie potrzeba odrzucać, aby nie mieć zasady *ex falso quodlibet*. Pokazuje to poniższa matryca będąca sumą (w sensie Kalickiego - por. [31], str.131) dwóch odpowiednich osłabień matryc przedstawionych w pracach [45] (str. 61) i [3] (str. 18):

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9
*1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
*2	1	2	2	1	2	2	1	2	2
*3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
*4	1	1	1	4	4	4	7	7	7
*5	1	2	2	4	5	5	7	8	8
*6	1	2	3	4	5	6	7	8	9
*7	1	1	1	7	7	7	7	7	7
*8	1	2	2	7	8	8	7	8	8
9	1	2	3	7	8	9	7	8	9

C	1	2	3	4	5	6	7	8	9
*1	1	2	3	7	8	9	7	8	9
*2	1	2	3	7	8	9	7	8	9
*3	1	1	1	7	7	7	7	7	7
*4	1	2	3	4	5	6	7	8	9
*5	1	2	3	4	5	6	7	8	9
*6	1	1	1	4	4	4	7	7	7
*7	1	2	3	1	2	3	1	2	3
*8	1	2	3	1	2	3	1	2	3
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1

K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
*1	1	2	3	1	2	3	7	8	9
*2	2	2	3	2	2	3	8	8	9
*3	3	3	3	3	3	3	9	9	9
*4	1	2	3	4	5	6	7	8	9
*5	2	2	3	5	5	6	8	8	9
*6	3	3	3	6	6	6	9	9	9
*7	7	8	9	7	8	9	7	8	9
*8	8	8	9	8	8	9	8	8	9
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

N	
*1	9
*2	8
*3	7
*4	6
*5	5
*6	4
*7	3
*8	2
9	1

Matryca z [45] została osłabiona o funktor *E*, zaś matryca z [3] - o funktory ≡ i ≡₀.

Tautologiami w powyżej przedstawionej matrycy są bowiem wyrażenia *CpApq*, *NKpNp* oraz *CKApqNpq* (i zresztą wszystkie wyrażenia wymienione na początku tego artykułu jako "najwyższe formy myślenia"), ale nie jest takową wyrażenie *CKNppq*. Co więcej, ta ostatnia formuła wyrażająca zasadę *ex falso quodlibet*, nie jest tautologią pomimo tautologiczności nie tylko wyrażeń *CpApq* i *CKApqNpq*, ale także - wyrażeń *CKpqp*, *CKpqq* i *CKCpqCqrCpr*. To wydaje się przeczyć rozumowaniu, które za C. I. Lewisem i C. H. Langfordem przytoczyli autorzy książki [15] na str. 337. Sprzeczność jest jednak pozorna, bowiem rozumowanie Lewisa i Langforda opiera się

na dodatkowym założeniu (str. 336), którym jest dopuszczalność reguły odrywania. To założenie nie ma zastosowania do zawartości powyższej matrycy, o czym świadczy przykład: β:=*CAKpNqKNpqCpNq* oraz α:=*ACNCCpqAKpqKNpNqCNCCqpAKqpKNqNp*, falsyfikujący schemat α, $C\alpha\beta \vdash \beta$. (Ta matryca, jak łatwo zauważyć, nie jest normalna ze względu na *C*, ale nie z powodu niedopuszczalności reguły *modus ponens* w jej zawartości - por. [25], str. 19.) Prawdopodobnie to założenie jest istotne, tzn. prawdopodobnie nie istnieje matryca, której zawartość byłaby zamknięta ze względu na regułę odrywania, a której tautologiami byłyby wyrażenia *CpApq*, *CKApqNpq* i *NKpNp* (a także *CKpqp*, *CKpqq* i *CKCpqCqrCpr*), ale nie - wyrażenie *CKNppq*.

Łatwo zauważyć, że w myśl używanej tu definicji względem funktorów *A*, *C* i *K* określonych przez tę dziewięcio elementową matrycę nie istnieje negacja klasyczna (więc także nie istnieją seminegacje), ponieważ reguła odrywania ze względu na funktor *C* nie jest, jak wspomniałem wyżej, regułą dopuszczalną w zawartości tej matrycy.

Jednak wbrew temu, co twierdzi E. A. Sidorenko ([39], str. 166), zasada *modus tollendo ponens* nie jest oparta na zasadzie niesprzeczności, o czym świadczy fakt, że spośród wyrażeń mających postać *NKpNp* i *CKApqNpq* tylko pierwsze należy do zawartości matrycy podanej w [3] na str. 18, a tylko drugie - do zawartości matrycy podanej w [42] na str. 10. (Natomiast, żadne z nich nie jest tautologią matrycy podanej w [27] na str. 251-252, jeśli interpretuje się *N* jako **negację de Morgana**, ale oba są jej tautologiami, jeśli interpretuje się *N* jako **negację Boole'a**.)

Jak więc widać, nawet z punktu widzenia "dwuwartościowców" (por. [12], str. 89-95), tj. traktując matryce rzędu większego niż 2 wyłącznie jako narzędzie sprawdzania niesprzeczności lub

niezależności aksjomatów w rachunku zdań, można rozstrzygać pewne zagadnienia, także te, które są sporne pomiędzy zwolennikami a przeciwnikami uprawiania logik nieklasycznych. Powyższe zastosowanie matryc do zbadania powiązań zasady *ex falso quodlibet* z innymi zasadami logiki zdań nie wyczerpuje oczywiście wszystkich zalet aparatu logiki wielowartościowej.

§ 4. Usprawiedliwienie logik wielowartościowych

Powracając do zagadnienia uniwersalności "najwyższych praw myślenia" zamierzam teraz odnieść się do pewnych argumentów użytych w publikacjach [22] i [26] przeciwko logikom nieklasycznym w ogóle.

Takie zasady jak na przykład *tertium non datur* mogą nie być tautologiami względem pewnych wielowartościowych matryc i w takim znaczeniu można mówić o ich niezachodzeniu w odpowiednich rachunkach zdaniowych. Jeżeli twierdzi się, podobnie jak to czyni autor artykułu [22], że nieprawda, iż jakieś wyrażenie jest i zarazem nie jest tautologią danego rachunku, to jest to oczywiście słuszne, ale twierdzenie przeciwne nie świadczyłoby o nieistnieniu w tym rachunku zdaniowym odpowiednika prawa niesprzeczności, lecz stanowiłoby po prostu naruszenie metalogicznego prawa niesprzeczności, które jest tezą naszej metalogiki (skoro tą metalogiką jest klasyczna logika dwuwartościowa). Podobnie uznanie, że jakieś poprawnie zbudowane wyrażenie na gruncie danej matrycy n-wartościowej nie ma ani wartości s (przy $1 \leq s \leq n$), ani żadnej spośród pozostałych ($1,\ldots,s,s+1,\ldots,n$ w ogólnym przypadku), nie świadczyłoby o nieistnieniu w tymże rachunku odpowiednika prawa wyłączonego środka, lecz po porostu byłoby naruszeniem metalogicznego prawa wyłączonego środka nieuchronnie obecnego w tejże

klasycznej metalogice. Inaczej być nie może; zwykle posługujemy się «zdroworozsądkową», klasyczną, dwuwartościową logiką jako metateorią. Raczej nie zdarza się, by badając jakiś *n*-wartościowy rachunek zdań posługiwano się metalogiką opartą na jakimś *m*-wartościowym rachunku (*m*>2), bez względu na stosunek pomiędzy liczbami *m* i *n*. Nie jest to myśl oryginalna (por. [53], str. 112-114). Niedostrzeganie różnicy między logicznymi a metalogicznymi "najwyższymi prawami myślenia" (por. [53], str. 115-122) stanowi błąd *aequivocatio* względem pojęcia prawa logicznego, jest też jednym z możliwych źródeł nieporozumień, o których wspomniałem w pierwszym paragrafie tej pracy, a które legły u podstaw dyskusji reprezentowanej przez publikacje [22], [26] i [39].

Toteż nie wydaje się trafnym powtórzenie za P. Tichým zarzutu (por. [26], str. 123), że procedura odrzucania pewnych zasad, np. *tertium non datur* albo *modus tollendo ponens* nie zostaje zakwestionowana żądaniem "semantycznego wyjaśnienia" funktorów użytych w aksjomatach tak budowanych rachunków. Albowiem właśnie stosowanie matryc logicznych pozwala odróżnić funktory logiki klasycznej od ich rozmaitych odpowiedników istniejących w logikach wielowartościowych, chociaż nie każda abstrakcyjnie i arbitralnie budowana matryca określa takie odpowiedniki lub uogólnienia (por. [53], str. 68 i 90). Jednak niektóre rachunki, w tym także pewme spośród powyżej wspomnianych, zawierają funktory będące takimi odpowiednikami. Bynajmniej nie zawsze odnosi się do nich zarzut sztywności i ubóstwa językowego sformułowany w [22], na str. 258. Mianowicie, klasyczny rachunek zdań jest odtwarzalny (por. [31], str. 127 z odsyłaczem) w logice kierunkowej Rogowskiego ([36], str. 83.), jeżeli odpowiednikami klasycznych: alternatywy, implikacji, koniunkcji i negacji są na przykład następujące (kolejno)

funktory: *A*, *C*, *K* i *N*. Innym przykładem odtwarzalności rachunku klasycznego w nieklasycznym jest przypadek rachunku π, który nie posiada skończonej matrycy charakterystycznej, ale został w [24] na str. 123-125 zdefiniowany aksjomatycznie przy użyciu funktorów pierwotnych *A*, *C*, *K* i *N*. Jeżeli klasyczne: alternatywę, implikację i koniunkcję interpretuje się właśnie jako funktory *A*, *C* i *K* rachunku π, zaś klasyczną negację - jako funktor $N^c p := CpNApNp$ (por. [24], str. 125), to otrzymuje się **(syntaktyczny) model** klasycznego rachunku zdań w rachunku π. Natomiast zarzut niewystępowania zmiennych i "czystej negacji" w logikach wielowartościowych (por. [22], str. 258-259) został podważony przez samego autora, który zaraz potem dodał, że "**te same braki występują w językach systemu logiki dwuwartościowej**" (str. 259).

Przynajmniej w naukach formalnych, w logice i matematyce, nie sposób odróżnić dane pojęcie od jego uogólnienia inaczej niż przez to, że wszystko, co jest prawdziwe o przedmiocie pojęcia uogólnionego, jest również prawdziwe o przedmiocie pojęcia danego (ale nie na odwrót). Wszelkie próby ustanowienia dodatkowych kryteriów mających odróżnić pojęcie ogólniejsze od mniej ogólnego są skazane na arbitralność. Na gruncie logiki widać to szczególnie dobrze wtedy, gdy ma się do czynienia z funktorami rachunku zdań posiadającymi podwójny opis: syntaktyczny (czyli poprzez aksjomaty, które można dorzucać albo odrzucać i w ten sposób konstruować uwikłane definicje funktorów - odpowiednio - mniej albo bardziej ogólnych), ale także semantyczny (czyli poprzez matryce, które mogą pozostawać w łatwo obserwowalnych, algebraicznych relacjach z matrycami uprzednio zbudowanymi). Jest tak we wszystkich i tylko w **podstawieniowych** rachunkach zdań, tj. w rachunkach, w których jedną z dopuszczalnych jest reguła podstawiania. Są to

dokładnie te rachunki, które posiadają matryce charakterystyczne, albo - jeszcze inaczej - rachunki **ekstensjonalne**. Mam tu na myśli szerszy sens ekstensjonalności - w odróżnieniu od węższego (zwanego też **prawdziwościowością**), który polega na tym, że istnieje nie tylko (przynajmniej jedna, a więc nieskończenie wiele) matryca charakterystyczna danego rachunku, ale także **homomorfizm ścisły** (por. [47], str. 211) tej matrycy na pewną, niekoniecznie funkcjonalnie pełną, matrycę dwuelementową o jednej wartości wyróżnionej.

Godnym uwagi (choć bez przesądzania) faktem przemawiającym na rzecz skupienia uwagi na takich logikach nieklasycznych, które mają charakter ekstensjonalny (w owym szerszym znaczeniu), jest istniejąca w tym zakresie tradycja, wywodząca sie z warszawskiej szkoły logicznej (por. [51], str. 132).

Posługiwanie się matrycami rzędu większego niż 2 pozwala definiować funktory różnorako uogólniając funktory klasycznego rachunku zdań i zarazem na więcej sposobów rozgraniczać uznane i nie uznane wyrażenia rachunków zdaniowych, i to pomimo faktu, że niektóre matryce posiadają wartości wyróżnione, ale nie spełniają żadnej tautologii (por. [47], str. 201 z odsyłaczem). Bogactwo środków formalnych dostępnych logice rośnie przy przejściu do logik wielowartościowych także dzięki temu, że można definiować rozmaite relacje pomiędzy matrycami oraz różnorodne operacje tworzenia matryc z innych matryc (por. np. [25], str. 16, 21, 22, 25; [31], str. 127 i 130-131 z odsyłaczami i [47], str. 227-230). Mam na myśli zwłaszcza operacje tworzenia: "**produktu matryc**" (Jaśkowski) i dwoistej doń "**sumy matryc**" (Kalicki), "**ilorazowej matrycy prostej**" i "**podmatrycy charakterystycznej**" oraz relacje: "**definiowalności (matrycy w innej matrycy)**", "**homomorfizmu**",

"**kohomomorfizmu**" i "**zgodności**" między matrycami. Dzięki temu różne stosunki syntaktyczne pomiędzy rachunkami zdaniowymi posiadają algebraiczne reprezentacje, a zatem dają się stosunkowo łatwo weryfikować lub falsyfikować, a przede wszystkim - porównywać.

Aparat matematyczny używany w logice wielowartościowej pozwala ustalić m. in. to, czy dany rachunek zdaniowy jest odtwarzalny w innym (np. w klasycznym - lub na odwrót), co jest częścią wspólną danych rachunków zdań (i czy jest ona niepusta), a co - ich najmniejszym wspólnym (a przy tym nie przepełnionym) rozszerzeniem (i czy takowe rozszerzenie istnieje). Można też ustalić, które rachunki zdaniowe i względem których pełnią rolę "**granicznych przypadków szczególnych**" - przez analogię do roli "systemu" Euklidesa w geometrii i teorii Newtona w mechanice. (Zapewne takim, być może jedynym na gruncie logiki, przypadkiem granicznym jest klasyczny rachunek dwuwartościowy. Można więc mówić o swoistej "**zasadzie korespondencji** dla logiki" - por. [40], str. 74 i 77.) W praktyce najczęściej zastosowanie owej algebry matryc polega na sprawdzeniu, czy jedna matryca jest podmatrycą drugiej, albo - czy posiada podmatrycę będącą obrazem homomorficznym tej drugiej.

Chociaż teoretycznie posługiwanie się semantyką, zwłaszcza matrycową, powinno być łatwiejsze niż dociekania syntaktyczne, to przecież w konkretnych zastosowaniach potrzebne obliczenia mogą okazać się tak obszernymi i żmudnymi, że niezbędne staje się zastosowanie komputerów, co już zaowocowało nową inter(sub)dyscypliną - por. [6], [7], [37] i [46]. I na odwrót: również logika (ostatnio nawet - zwłaszcza) w swoich wielowartościowych, nieklasycznych wytworach, znajduje zastosowanie w informatyce, zarówno

w zakresie "**hardware**" jak też "**software**" - por. np. [4] i [16]. Tak więc trudno zgodzić się z poglądem, jakoby rozmaite «dziwne» logiki (w literaturze anglojęzycznej występuje już nazwa "**deviant logic**" - por. [14]) były pozbawione racji istnienia.

Moim zdaniem istnienie i rozwój logiki wielowartościowej, albo inaczej: wielu takich logik, nie jest przejawem czegoś w rodzaju «radosnej twórczości» (w pejoratywnym sensie tego określenia) ludzi znajdujących zadowolenie w bardzo dowolnym wynajdowaniu abstrakcyjnych tworów nie posiadających żadnego odniesienia do realnego świata.

Zresztą także różne teorie matematyczne, nie związane bliżej z logiką, tylko początkowo i pozornie okazywały się niepraktycznymi wytworami ludzkiej pomysłowości. Dobrą ilustracją tego jest jedna z najnowszych i najbardziej abstrakcyjnych subdyscyplin algebry - powstała w 1945 r. teoria kategorii, która po okresie nazywania jej zupełnie na serio "**nonsensem abstrakcyjnym**" (por. [23], str. 124) znalazła istotne zastosowanie, i to również w dziedzinie tak ściśle związanej z praktyką, jak nowoczesna informatyka, por. np. [41] i [49].

Swoisty «pluralizm logiczny» może być więc czymś więcej niż tylko ciekawostką. Miano pluralizmu jest w tym przypadku bardzo właściwe, w przeciwieństwie do miana «relatywizmu», którym posłużył się Kraszewski. Pisał bowiem: "**zwalczanie takiego relatywizmu stawiam tu sobie za główny cel**" i z ironią pytał o fałszywość czterech metatwierdzeń egzemplifikujących zasadę wyłączonego środka (por. [22], str. 255). Nie dostrzegł przy tym, że jego nieco wcześniejsze odniesienie się do artykułu [10], dotyczącego najwyższych praw myślenia", traktowało owe prawa właśnie jako wyrażenia języka przedmiotowego, a nie - metajęzyka (por. [22],

str. 253-254). Podobnie ironiczny wydźwięk mają słowa Materny "**atrybut 'klasyczny' brzmi niemal pejoratywnie w pewnych «nowoczesnych» kontekstach**" (por. [26], str. 123).

Żadną miarą nie chodzi przecież o dyskwalifikację logiki klasycznej, dwuwartościowej. Traktowanie jej jako równorzędnej (a nie: lepszej lub jedynej dobrej) w porównaniu z bardzo licznymi logikami nieklasycznymi (por. [53], str. 68) nie powinno i nawet nie jest władne sprawić, aby przestano posługiwać się nią, bardziej albo mniej świadomie, we wszystkich tych dziedzinach, w których ona dobrze się sprawdzała i sprawdza. W tych jednak dziedzinach, które nie są dostępne powszechnemu i powszedniemu doświadczeniu, lecz wymagają czegoś więcej niż postrzeganie zmysłowe, bardziej adekwatnymi okazywały się logiki inne niż klasyczna, np. trójwartościowy rachunek zdań Reichenbacha (por. [53], str. 54-58). Jak bowiem powiada S. Kiczuk, "**potrzebne są różne systemy logiczne do adekwatnych dla pewnych celów ujęć rzeczywistości**" ([19], str. 260). Podobną myśl wypowiedziano w [53] na str. 58 przy okazji omawiania innego trójwartościowego rachunku stworzonego (też dla potrzeb mikrofizyki) przez P. Destouches-Février.

Uznanie celowości poszukiwania i badania takich "systemów", o których pisał Kiczuk, nie tylko nie deprecjonuje, ale również nie unieważnia oczywiście logiki klasycznej. W najczęstszych zastosowaniach wykorzystuje się tylko pewne fragmenty, niezupełne podteorie wspólne teorii klasycznej i rozmaitym teoriom nieklasycznym, toteż wtedy nie dostrzega się różnicy między nimi i można teorię klasyczną uważać za jedyną potrzebną. Dopiero pewne «niecodzienne» zastosowania ujawniają taką różnicę. Między innymi właśnie na tym polega **korespondencja** między teoriami. Jak wiado-

mo, w geometrii (której nazwa pierwotnie znaczyła: mierzenie ziemi) takim niecodziennym zastosowaniem (z punktu widzenia starożytnych twórców tej nauki) jest sytuacja dużych odległości, tzn. geograficznych, a nie topograficznych; w kinematyce - przypadek znacznych (tzw. "podświetlnych") szybkości obserwowanych przez fizyków nuklearnych, w elektrodynamice - zjawiska subatomowe, a w logice - np. antynomie semantyczne związane ze zdaniami samosprawozdawczymi (jak w paradoksie kłamcy). Jest godnym uwagi, że niektóre parakonsystentne rachunki logiczne są w pewnym stopniu, jak się to mówi, «odporne» na takie antynomie (por. [9], str. 3145, [17], str. 73 lub [36], str. 47-49).

O ile więc nie ma jednej «logiki» uniwersalnie ważnej, lecz adekwatność rozmaitych «logik» (poprawniej: rachunków logicznych) jest relatywna, względna, zależna od rodzaju danego zastosowania, o tyle jednak nie można mówić o relatywizmie logicznym w tym sensie, jakoby zwolennikom logik nieklasycznych było obojętne, które aksjomaty lub dyrektywy się dopuszcza, a które się odrzuca. Zarzut relatywizmu wypowiedziany w [22] jest, moim zdaniem, nie do przyjęcia właśnie jako zarzut.

§ 5. Negacje a logiki nieklasyczne

Jednakże łatwo przecież dostrzec niewystarczalność logiki klasycznej, dwuwartościowej. Powszechnie są znane tzw. **paradoksy implikacji** na gruncie dwuwartościowego rachunku zdań. O ile jeden funktor ma odzwierciedlać konstrukcję wszelkich spotykanych w praktyce zdań warunkowych ('jeżeli..., to...'), o tyle nie może być funktorem ekstensjonalnym, dającym się scharakteryzować jedną tabelką matrycową, bowiem już ze zdroworozsądkowego», intuicyjnego punktu widzenia trudno uznać za prawdziwe implikacje,

w których nie ma związku treściowego pomiędzy poprzednikami a następnikami, nawet jeśli z tabelki matrycowej wynika, że są to implikacje prawdziwe. Toteż właśnie paradoksy implikacji były bodźcem do budowania jednych z pierwszych nieklasycznych (i również intensjonalnych w sensie: nieprawdziwościowych) rachunków zdań. Z podobnych przyczyn można mówić o "**paradoksach negacji**", czym innym jest bowiem negowanie zdań sensownych, a czym innym - bezsensownych (por. [52] str. 5 i [53], str. 107).

Dlatego powstały rozmaite tzw. **logiki nonsensu**, począwszy od rachunków D. A. Bocvara i S. G. Kleene'ego (por. np. [53], str. 47-54) oraz innych, również trójwartościowych (por. [30], str. 8, 10, 12, 13, 15, 18, 19 i 33). Większość z nich posiada po dwie negacje: "klasyczną", zwaną też "wewnętrzną" lub "słabą" oraz "nieklasyczną", zwaną też "zewnętrzną" lub "mocną". Owa nieklasyczna odpowiada użytemu wcześniej przeze mnie pojęciu seminegacji prawdy (nie znaczy to, że jest taką seminegacją), niektóre rachunki zaś posiadają jeszcze inne odpowiedniki negacji. Łącznie można je zestawić w tabelkach:

	Z^1	Z^2	Z^3	Z^4
*1	3	3	3	3
2	2	1	3	1
3	1	1	1	3

	Z^5	Z^6	Z^7
*1	3	3	3
*2	2	1	3
3	1	3	1

Zarówno w matrycy stopnia 1 jak też w matrycy stopnia 2 wartości logiczne są intuicyjnie interpretowane jednakowo lub zbieżnie: **1** oznacza prawdę, **2** oznacza bezsens lub nieokreśloność (niezależnie od tego czy jest w danej matrycy wartością wyróżnioną), **3** oznacza fałsz. Wspólną cechą tych funktorów (poza Z^1 i Z^5 - klasycznymi negacjami "diametralnymi") jest to, że nie przyjmują owej "paradoksalnej" wartości **2**. Tak więc występują:

w rachunku **B** (Bocara i Kleene'ego) - Z^1, Z^2, Z^3 i Z^4

w rachunku $\mathbf{B}_3$ (W. K. Finna) - Z^1 i Z^3

w rachunku **A** (L. Åqvista) - Z^1 i Z^4

w rachunku **W** (K. Piróg-Rzepeckiej) - Z^1 i Z^2

w rachunku **C** (S. Halldéna) - Z^5 i Z^6

w rachunku **D** (K. Segerberga) - Z^5, Z^6 i Z^7.

Na celowość rozróżniania odrębnych negacji wskazywali już różni autorzy, m. in. Kolmogorov ([20], str. 650), von Wright ([52], str. 3-14) i Tavanec ([48], str. 10); niekiedy potrzeba rozróżnienia negacji bywa uzasadniana odwołaniem się do znanego z logiki tradycyjnej rozróżnienia par zdań sprzecznych i par zdań przeciwnych (por. [21], str. 246 i [44], str. 11). W każdym z trzech pierwszych przypadków sugerowano, że powinny być dokładnie dwie różne negacje (słaba i mocna). Jak zauważył von Wright w [52] na str. 16, zasadę sprzeczności można modyfikować także poprzez stosowanie dwóch różnych funktorów (odpowiadających funktorowi negacji klasycznej) w dwóch wystąpieniach litery *N* w zapisie *NKpNp*. Uwzględniając podane w poprzednich paragrafach seminegacje można stwierdzić, że ilość odpowiedników jedynej negacji (z logiki klasycznej) może wynosić trzy a nawet więcej.

W różnych publikacjach odpowiednikiem negacji w danym nieklasycznym rachunku zdaniowym bywa funktor nie stanowiący ani zwykłej negacyj ani żadnej z seminegacji (w sensie definicji użytej w niniejszej pracy), ale podlegający niektórym zasadą charakteryzującym klasyczną negację. (Oczywiście, podlegający wespół z określonymi innymi funktorami.) Na przykład w rachunku π (por. [24], str. 123-125) nie są tezami m. in. następujące wyrażenia równokształtne z tautologiami klasycznego rachunku zdań: *CNNpp*, *CpNNp*, *NKpNp*, *CKpNpq* i *ApNp* ([24], tw. 2), ale są tezami pewne

inne tego rodzaju wyrażenia, m. in. *AKpNpNKpNp*, *NKKpNpNKpNp*, *CNApNpCKpNpq*, *CKNKpNpApNpCNNpp* lub *CKNKpNpApNpCpNNp* ([24], tw. 3). Podobnie, chociaż do zawartości matrycy Smiley'a nie należą wyrażenia *ApNp*, *NKpNp* i *CpAqNq*, to jednak należą: *CCpNpNp*, *CCpNqCqNp*, *CNNpp* i *CpNNp* (ale wszystkie siedem wyrażeń są równokształtne z tezami klasycznego rachunku zdań).

Jeśli nie dopuszcza się wartości logicznych różnych od klasycznej prawdy i klasycznego fałszu, ani zastąpienia jednej (w dwuwartościowej logice) negacj przez bardziej i mniej klasyczne jej odpowiedniki, to ma się do dyspozycji jeden funktor negacji, formalnie ekstensjonalny, lecz faktycznie (tzn. ze względu na wspomniane paradoksy negacji) intensjonalny: najlepszym z dostępnych przy tych ograniczeniach przybliżeniem stosunków prawdziwościowych jest uznanie zdań bezsensownych za fałszywe. Wówczas jednak negacja fałszu sensownego jest prawdą (sensowną), ale negacja fałszu bezsensownego jest fałszem (bezsensownym), co nie pozwala zbudować jednoznacznej tabelki matrycowej dla takiego funktora. Sensowność zdania nie może być rozpoznawalna środkami rachunku zdań bez względu na to, czy jest semantyczną czy syntaktyczną bezsensownością; język rachunku zdań jest zbyt ubogi na to, by można było w nim odtwarzać takie aspekty języków naturalnych.

Powyższe uwagi jednak nie znaczą, jakoby jedynym możliwym uzasadnieniem odróżniania rozmaitych negacyj była potrzeba odmiennego traktowania zdań bezsensownych. Można pokazać, że na przykład rachunek zdaniowy, który jest (najmniejszym) wspólnym rozszerzeniem dwu rachunków zbudowanych dla potrzeb fizyki mikroświata: rachunku Reichenbacha (por. [14], str. 172 i [53], str. 54-58) oraz rachunku Destouches-Février (por. [14], str. 173-174 i [53], str. 58-59) w swojej matrycy charakterystycznej,

będącej sumą trójelementowych matryc zbudowanych przez tych dwoje autorów, posiada aż sześć (!) «negacji». Można je - kombinując terminologię Destouches-Février i Reichenbacha - nazwać kolejno **negacją: (zwykłą) cykliczną, (zwykłą) diametralną, (zwykłą) zupełną, słabą cykliczną, słabą diametralną i słabą zupełną:**

	N^1	N^2	N^3	N^4	N^5	N^6
*1	8	9	8	8	9	8
*2	9	8	5	9	8	5
*3	5	5	5	5	5	5
*4	6	7	6	2	3	2
*5	2	3	2	2	3	2
6	7	6	4	3	2	1
7	4	4	4	1	1	1
8	3	2	1	3	2	1
9	1	1	1	1	1	1

§ 6. Zakończenie

Logiki nieklasyczne, a w szczególności logiki (skończenie) wielowartościowe, zaczęły być planowo konstruowane w pierwszym ćwierćwieczu dwudziestego stulecia. Polemika, której omówienie jest częścią tego artykułu, świadczy o tym, że celowość wynajdywania takich logik jest nadal sporna. Samo wystąpienie polemiki jest wydarzeniem stosunkowo rzadkim w dziedzinie nauk formalnych (logiki i matematyki), a jeśli już do niej dochodzi, to dotyczy ona najważniejszych "przedzałożeń".

Zajmując stanowisko wobec argumentów użytych w polemicznych tekstach Kraszewskiego, Sidorenki i Materny wyrażam tym samym pewne ogólniejsze przekonanie metodologiczne. W ogóle sens uprawiania logiki upatruję w coraz lepszym wykorzystaniu matematycznego aparatu formalnego dla «przybliżania» struktur myślowych, które można obserwować w rzeczywiście zdarzających się rozumowaniach, a nawet w strukturach samych języków naturalnych. Dobrze

temu celowi służą takie idee, jak rozróżnienie języka przedmiotowego i metajęzyka (Leśniewski) oraz rozdrobnienie prawdy i fałszu odpowiednio na wartości wyróżnione i niewyróżnione w matrycach (Łukasiewicz).

Można się zgodzić z poglądem, że konstruowanie i badanie rachunków logicznych wyłącznie jako nie zinterpretowanych formalizmów jest właśnie tylko sztuką dla sztuki. Uwagi zamieszczone w [1] na str. 7, 14 i 32 (w tym ostatnim wypadku autorka cytowała N. C. A. da Costę) są trafne nie tylko w zastosowaniu do niejasnego i (może dlatego) filozoficznie nadużywanego pojęcia **logiki dialektycznej** (którego bezpośrednio dotyczą), ale także w odniesieniu do wszelkiej problematyki, której logiczna formalizacja jeszcze nie została należycie dokonana. Najwłaściwszą drogą do rozwiązywania problemów na pograniczu logiki i filozofii, zwłaszcza w zakresie uściślania niejasnych pojęć i wyjaśniania paradoksów, stanowią konstrukcje matematyczne, szczególnie zaś algebraiczne.

PIŚMIENNICTWO

[1] A r r u d a A. I., *A survey of paraconsistent logic*, Universidade Estadual de Campinas. Relatório interno, 106 (1978), s. 1-47.

[2] A n d e r s o n A. R., B e l n a p Jr. N. D., *Entailment. The logic of relevance and necessity*, Princeton University Press, Princeton 1973.

[3] A s e n j o J., T a m b u r i n o J., *Logic of antinomies*, Notre Dame Journal of Formal Logic, 16 (1975), 1, s. 17-44.

[4] B l a i r H. A., S u b r a h m a n i a n V. S., *Paraconsistent logic programming*, Lecture Notes in Computer Science, 287 (1987), s. 340-360.

[5] B l o o m S. L., B r o w n D. J., *Classical abstract logic*, Rozprawy Matematyczne, 102 (1973), s. 43-51.

[6] B r a d y R. T., *A computer program for determining matrix models of propositional calculi*, Logique et Analyse, 19 (1976), 74/75/76, s. 233-253.

[7] C a r n i e l l i A., *An algorithm for axiomatizing and theorem proving in finite many-valued propositional logics*, Logicque et Analyse, 28 (1985), 112, s. 363-368.

[8] C o s t a da N. C. A., *Calculs propositionels pour les systèmes formels inconsistants*, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris, Groupe 1, 257 (1963), s. 3790-3792.

[9] C o s t a da N. C. A., *Sur un système inconsistant de théorie des ensembles*, ibidem, 258 (1964), s. 3144-3147.

[10] C z e ż o w s k i T., *Uwagi historyczne o tzw. najwyższych prawach myślenia*, Prace Wydziału Filologiczno-Filozoficznego Towarzystwa Naukowego w Toruniu, 7 (1758), 1, s. 220-221.

[11] D a l e A. J., *Smiley's matrices and Dunn's semantics for tautological entailment*, Logique et Analyse, 23 (1980), 90/91, s. 323-325.

[12] G r e n i e w s k i H., *2^{n+1} wartości logicznych*, Studia Filozoficzne, 2/1957, s. 82-116 i 3/1957, s. 3-28.

[13] G r z e g o r c z y k A., *An approach to logical calculus*, Studia Logica, XXX (1972), s. 33-41.

[14] H a a c k S., *Deviant logic. Some philosophical issues*, Cambridge University Press, Cembridge 1977.

[15] H u g h e s G. E., C r e s w e l l M. J., *An introduction*

to modal logic, Menthuen and Company Ltd, London 1973.

[16] J a b l o n s k i j S. V., L u p a n o v O. B. (red), *Diskretnaja matematika i matematiceskie voprosy kibernetiki*, Izdatel'stvo NAUKA, Moskva 1974.

[17] J a ś k o w s k i S., *Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych*, Studia Societatis Scientiarum Torunensis, sectio A, 1 (1948), 5, s. 52-77.

[18] J a ś k o w s k i S., *O konjunkcji dyskusyjnej w rachunku zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych*, ibidem, 1(1948), 8, s. 171-172.

[19] K i c z u k S., *Problematyka wartości poznawczej systemów logiki zmiany*, Redakcja Wydawnictw KUL, Lublin 1984.

[20] K o l m o g o r o v A. N., *O principe tertium non datur*, Matematiceskij Sbornik, 32 (1925), 4, s. 646-667.

[21] K o s o k M., *La formalizzazione della logica dialettica hegeliana. Struttura formale, interpretazione logica e fondazione intuitiva* [w:] *La formalizzazione della dialettica. Hegel, Marx e la logica contemporanea*, D. Marconi (red.), Rosenberg & Sellier, Torino 1979, s. 222-262.

[22] K r a s z e w s k i Z., *Logiki wielowartościowe a prawo sprzeczności i wyłączonego środka* [w:] *Frągmenty Filozoficzne*, seria III, Warszawa 1967, s. 245-263.

[23] L a n g S., *Algebra*, PWN, Warszawa 1973.

[24] L o p a r i ć A., C o s t a da N. C. A., *Paraconsistency, paracompletness, and valuations*, Logique et Analyse, 27 (1984), 106, s. 119-131.

[25] Ł o ś J., *O matrycach logicznych*, Prace Wrocławskiego Towarzystwa Naukowego, seria B, 19 (1949), s. 5-42.

[26] M a t e r n a P., *Do we need a restriction of the law of*

contradiction?, Bulletin of the Section of Logic, 18 (1989), 3, s. 121-125.

[27] M e y e r R. K., G i a m b r o n e S., B r a d y R. T., *Where gamma fails*, Studia Logica, XLIII(1984), 3, s.247-256.

[28] N o w a c z y k A., *Wprowadzenie do logiki nauk ścisłych*, PWN, Warszawa 1990.

[29] O m y ł a M., *Zarys logiki niefregowskiej*, PWN, Warszawa 1986.

[30] P i r ó g - R z e p e c k a K., *Systemy nonsense-logics*, PWN, Warszawa-Wrocław 1977.

[31] P o g o r z e l s k i W. A., *Klasyczny rachunek zdań. Zarys teorii*, PWN, Warszawa 1975.

[32] R a s i o w a H., *An algebraic approach to non-classical logics*, PWN i North-Holland Publishing Company, Warszawa--Amsterdam-London, 1974.

[33] R a s i o w a H., *Wstęp do matematyki współczesnej*, PWN, Warszawa 1971.

[34] R e s c h e r N., *Many-valued logic*, Mc Graw - Hill, New York, 1969.

[35] R i n e D. C. (red.), *Computer science and multiple-valued logic*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1977.

[36] R o g o w s k i L. S., *Logika kierunkowa a heglowska teza o sprzeczności zmiany*, Prace Wydziału Filologiczno-Filozoficznego Towarzystwa Naukowego w Toruniu, 15 (1964), 2, s. 5-92.

[37] R o s e A., *Many-valued logical machines*, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 54 (1958), 3, s.307-321

[38] R o s s e r J. B., T u r q u e t t e A. R., *Many-valued logic*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1952.

[39] S i d o e r n k o E. A., *The law of contradiction and paradoxes of inference*, Bulletin of the Section of Logic, 17 (1988), 3/4, s. 162-169.

[40] S k a r ż y ń s k i E., *Interpretacje mechaniki kwantowej z punktu widzenia logik wielowartościowych w ujęciu Z. Zawirskiego*, Ruch Filozoficzny, XXXIV (1976), 1/2, s. 74-77.

[41] S ł o m i ń s k i J., *Algebraiczna teoria maszyn*, UMK, Toruń, 1975.

[42] S ł u p e c k i J., *Der volle dreiwertige Aussagenkalkül*, Sprawozdania z posiedzeń Towarzystwa Naukowego Warszawskiego, wydz. III, 29 (1936), s. 9-11.

[43] S ł u p e c k i J., *Dowód aksjomatyzowalności pełnych systemów wielowartościowego rachunku zdań*, ibidem, 32 (1939), s. 110-128.

[44] S m o l e n o v H., *Paraconsistency, paracompletness and intentional contradictions*, The Journal of Non-Classical Logic, 4 (1987), 1, s. 5-35.

[45] S t ę p i e ń T., *System $\bar{S}$*, Reports on Mathematical Logic, 15 (1983), S. 59-65.

[46] S u m m e r s b e e S., W a l t e r s A., *Programming the functions of formal logic*, Notre Dame Journal of Formal Logic, 3 (1962), 3, s. 133-141.

[47] S u s z k o R., *Formalna teoria wartości logicznych. I*, Studia Logica, VI (1957), s. 145-237.

[48] T a v a n e c P. V., *Klassiceskaja i neklassiceskaja logika* [w:] *Neklassiceskaja logika*, P. V. Tavanec (red.), Izdatel'stvo NAUKA, Moskva, 1970.

[49] T i u r y n J. *Algebraiczne podstawy teorii maszyn*, PWN, Warszawa, 1975.

[50] V a s i l' e v N. A., *Voobrazaemaja (nearistoteleva) logika* [w:] *Voobrazaemaja logika. Izbrannye trudy*, Izdatel'stvo NAUKA, Moskva, 1989.

[51] W o l e ń s k i J., *Filozoficzna szkoła lwowsko-warszawska*, PWN, Warszawa, 1985.

[52] W r i g h t von G. H., *On the logic of negation*, Commentationes Physico-Mathematicae, 22 (1959), 4, s. 3-30.

[53] Z i n o v' e v A. A., *Filozoficzne problemy logiki wielowartościowej*, PWN, Warszawa 1963.

Dziękuję Panu Profesorowi Leonowi Gumańskiemu i Panu Profesorowi Grzegorzowi Malinowskiemu za liczne uwagi, dzięki którym powstała poprawiona, niniejsza wersja tego artykułu.