

# Grzegorz Lissowski

---

## Dekompozycja tablic ruchliwości społecznej

---

Przegląd Socjologiczny Sociological Review 39, 167-210

---

1991

Artykuł został zdigitalizowany i opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej [bazhum.muzhp.pl](http://bazhum.muzhp.pl), gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

GRZEGORZ LISSOWSKI

## DEKOMPOZYCJA TABLIC RUCHLIWOŚCI SPOŁECZNEJ\*

### 1. WPROWADZENIE

Jednym z ważnych zadań analizy procesu ruchliwości społecznej jest określenie, w jakim stopniu zmiany pozycji społeczno-zawodowej są związane z indywidualnymi cechami (tj. zdolnościami, umiejętnościami, postawami, motywacjami itp.) poszczególnych osób i dokonują się w wyniku wymiany pozycji między nimi, a w jakim – są one wymuszone przez cechy struktury społecznej i jej zmiany. Rozmiar ruchliwości wymiennej, nie wymuszonej przez zmiany struktury społecznej, jest traktowany jako pewna charakterystyka otwartości społeczeństwa.

Badacze ruchliwości społecznej od wielu lat starają się wyodrębnić i analizować dwie składowe ruchliwości społecznej: ruchliwość wymienną i ruchliwość strukturalną. Można wyróżnić dwa podejścia do tego problemu. Pierwsze, tradycyjne i najbardziej rozpowszechnione, można opisać za pomocą znanej formuły: „ruchliwość wymienna = ruchliwość całkowita – ruchliwość strukturalna”. W podejściu tym traktuje się więc ruchliwość wymienną jako tę część ruchliwości całkowitej, która nie może być wyjaśniona zmianami struktury społecznej (por. J.A. Kahl, 1957, R. Boudon, 1973, J. Bibby, 1975, J. Matras, 1975, D.L. Featherman, R.M. Hauser, 1978 i in.). W drugim podejściu traktuje się ruchliwość wymienną jako podstawowy rodzaj ruchliwości i zakłada się, że obserwowana ruchliwość jest modyfikacją, spowodowaną przez czynniki strukturalne, podstawowego wzoru ruchliwości poprzez wymianę pozycji (por. T.W. Pullum, 1975, L.E. Hazelrigg, 1974). Oba podejścia różnią się także metodami stosowanymi przy określaniu rozmiarów obu składowych ruchliwości.

---

\* Referat wygłoszony na konferencji pt. „Ilościowe i jakościowe podejście do budowy teorii socjologicznych”, 30 V – 2 VI 1984 r., Grzegorzewice, zorganizowanej przez Zakład Metodologii Badań Socjologicznych Instytutu Socjologii Uniwersytetu Warszawskiego pod kierunkiem prof. dr Stefana Nowaka. Doc. dr Michałowi Pohoskiemu pragnę podziękować za szereg cennych rad i uwag, które przyczyniły się do istotnego rozwinięcia pierwotnej koncepcji (m.in. do wyróżnienia ruchliwości wymiennej z ruchliwości cyklicznej). Dziękuję Mu również za wyrażenie zgody na wykorzystanie tablic ruchliwości analizowanych w tym artykule. Andrzejowi Kosińskiemu dziękuję za pomoc w wykonaniu niezbędnych obliczeń na maszynie cyfrowej RIAD-60.

W artykule tym proponuje się nowe podejście do analizy ruchliwości społecznej. Polega ono na przedstawieniu tablicy ruchliwości w postaci przepływów w sieci i na wykorzystaniu teorii przepływów w sieciach (por. L.R. Ford, D.R. Fulkerson, 1968) do opisu ruchliwości społecznej i do wyróżnienia jej rodzajów.

W poszczególnych częściach (2–5) artykułu przedstawione zostaną poniższe zagadnienia.

W części 2 artykułu wyróżnia się dwa typy analiz tablic ruchliwości: analizę potencjalnej ruchliwości i analizę obserwowanej ruchliwości, oraz określa się kilka poziomów analizy tablic ruchliwości ze względu na stopień tej szczególności.

W części 3 wprowadza się niezbędne pojęcia teorii przepływów w sieciach i wykorzystuje się je do wyróżnienia rodzajów ruchliwości społeczno-zawodowej. W proponowanej typologii ruchliwości społeczno-zawodowej, oprócz znanych rodzajów ruchliwości, wyróżnia się nowe rodzaje ruchliwości, nie wyodrębniane dotychczas przez badaczy ruchliwości.

Część 4 jest poświęcona analizie potencjalnej ruchliwości. Określa się w niej potencjalne rozmiary wyróżnionych rodzajów ruchliwości w tablicach o ustalonych rozkładach brzegowych.

Przedmiotem analizy w części 5 jest jedna, zaobserwowana tablica ruchliwości. Przedstawia się w niej metody obliczania rozmiarów wyróżnionych rodzajów obserwowanej ruchliwości oraz analizuje możliwości dekompozycji tablicy ruchliwości na kilka tablic składowych reprezentujących poszczególne rodzaje ruchliwości.

W części 6 rozważa się zależność rozmiarów wyróżnionych rodzajów ruchliwości od stopnia szczególności klasyfikacji zastosowanej w tablicy ruchliwości. Proponuje się w niej także nowe miary ruchliwości społeczno-zawodowej.

Część 7 jest poświęcona analizie problemu otwartości struktury społecznej. Wykazuje się w niej sprzeczności między stosowanymi kryteriami oceny otwartości struktury społecznej. Uzasadnia się również tezę, że informacje zawarte w tablicy ruchliwości nie są wystarczające do oceny otwartości struktury społecznej.

Proponowane w tym artykule metody są ilustrowane przykładami analizy tablic międzypokoleniowej ruchliwości społeczno-zawodowej. Tablice te uzyskano w badaniach przeprowadzonych w 1972 r. pod kierunkiem M. Pohoskiego

Opisane metody mogą być stosowane również do analizy ruchliwości wewnątrzpokoleniowej, a także – ruchliwości przestrzennej.

Bezpośrednią inspiracją do napisania tego artykułu była propozycja macierzowej reprezentacji ruchliwości wymiennej i ruchliwości strukturalnej przedstawiona przez T. Krauze i K.M. Słomczyńskiego (1983). Podali oni metodę niezależnego określenia ruchliwości wymiennej i ruchliwości strukturalnej. Chociaż trudno jest zaakceptować proponowaną przez nich, odmienną od

tradycyjnej, koncepcję ruchliwości strukturalnej (patrz część 3), to jednak otrzymany przez nich wynik stanowi istotny krok na drodze do przedstawienia pełnej typologii ruchliwości społeczno-zawodowej.

## 2. TABLICA RUCHLIWOŚCI I POZIOMY JEJ ANALIZY

Tablice międzypokoleniowej ruchliwości społeczno-zawodowej, które będą analizowane w tym artykule, przedstawiają łączne rozkłady kategorii społeczno-zawodowych, do których należą badane osoby (synowie) i kategorii społeczno-zawodowych ich ojców.

Będziemy stosowali następujące oznaczenia:

- $p_{gh}$  – zaobserwowana częstość występowania synów, których ojcowie należeli do kategorii społeczno-zawodowej  $g$ , a oni sami należą do kategorii społeczno-zawodowej  $h$  ( $g, h = 1, 2, \dots, k$ ),
- $a_g = \sum_{h=1}^k p_{gh}$  – zaobserwowana częstość występowania synów, których ojcowie należeli do kategorii społeczno-zawodowej  $g$  ( $g = 1, 2, \dots, k$ ),
- $b_h = \sum_{g=1}^k p_{gh}$  – zaobserwowana częstość występowania synów należących do kategorii społeczno-zawodowej  $h$  ( $h = 1, 2, \dots, k$ ).

Oczywiście

$$p_{gh} \geq 0 \text{ dla } g, h = 1, 2, \dots, k \text{ oraz}$$

$$\sum_{g=1}^k \sum_{h=1}^k p_{gh} = 1.$$

W przykładach, rozważanych w następnych częściach, wygodniej będzie posługiwać się promilami zamiast częstościami.

Łączny rozkład zaobserwowanych częstości kategorii społeczno-zawodowych ojców i synów można przedstawiać w postaci macierzy  $p$  o wymiarach  $k \times k$  i o nieujemnych elementach<sup>4</sup>:

$$p = [p_{gh}].$$

Brzegowy rozkład zaobserwowanych częstości kategorii społeczno-zawodowych ojców można przedstawić w postaci wektora  $a$  składającego się z  $k$  elementów

$$a = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_k].$$

Analogicznie, brzegowy rozkład zaobserwowanych częstości kategorii społeczno-zawodowych synów można przedstawić w postaci wektora  $b$  składającego się z  $k$  elementów

$$b = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_k].$$

Wprowadzone oznaczenia przedstawia syntetycznie tabela 1.

T a b e l a 1. Oznaczenia stosowane przy opisie tablic ruchliwości

Kategoria społeczno-zawodowa ojca	Kategoria społeczno-zawodowa syna			Razem
	l	h	k	
l	$p_{11} \dots$	$p_{1h} \dots$	$p_{1k}$	$a_1$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
g	$p_{g1} \dots$	$p_{gk} \dots$	$p_{gh}$	$a_g$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
k	$p_{k1} \dots$	$p_{kh} \dots$	$p_{kk}$	$a_k$
Razem	$b_1 \dots$	$b_h \dots$	$b_k$	1

O podziale zbiorowości opisanej w tablicy ruchliwości na kategorie społeczno-zawodowe zakłada się oczywiście, że jest to podział rozłączny i wyczerpujący. Wyniki analizy tablicy ruchliwości mogą zmieniać się w zależności od zastosowanego sposobu podziału. Problem ten będzie rozważany w części 6.

Nie będziemy przyjmowali założenia o sposobie uporządkowania kategorii społeczno-zawodowych. Jedynie w kilku miejscach zwrócimy uwagę na dodatkowe możliwości analizy związane z przyjęciem takiego założenia.

Tablica ruchliwości opisuje zależność między pozycjami społeczno-zawodowymi w dwóch momentach. Pomija się w niej zmiany, które miały miejsce między tymi dwoma momentami. Ponadto, dla pierwszego z nich, wcześniejszego, pozycja społeczno-zawodowa (ojca) jest ustalana na ogół w wyniku retrospekcji. Nie zawsze odpowiada ona temu samemu momentowi historycznemu dla wszystkich ojców. W konsekwencji, tablica ruchliwości reprezentuje proces ruchliwości w sposób uproszczony.

Tablice ruchliwości społeczno-zawodowej, które będą analizowane w tym artykule, zostały uzyskane w wyniku badań reprezentacyjnych. Zrezygnujemy jednak z omawiania metod wnioskowania statystycznego na ich podstawie.

Podstawowym celem analizy tablic ruchliwości w tym artykule będzie określenie rozmiarów wyróżnionych rodzajów ruchliwości oraz dekompozycja tablicy ruchliwości na szereg tablic składowych reprezentujących poszczególne rodzaje ruchliwości. Analiza ta może być przeprowadzona na różnych poziomach w zależności od: 1) rodzaju wykorzystywanych informacji oraz 2) stopnia szczegółowości analizy.

Ze względu na rodzaj wykorzystywanych informacji można wyróżnić: 1) analizę potencjalnej ruchliwości oraz 2) analizę obserwowanej ruchliwości.

W analizie potencjalnej ruchliwości będą wykorzystywane jedynie informacje

o rozkładach brzegowych. Przedmiotem analizy będzie w tym przypadku zbiór tablic ruchliwości o takich samych rozkładach brzegowych, jakie stwierdzono w zaobserwowanej tablicy ruchliwości.

Przedmiotem analizy obserwowanej ruchliwości będzie jedna, zaobserwowana tablica ruchliwości. W tym przypadku będzie wykorzystana pełna informacja o łącznym rozkładzie kategorii społeczno-zawodowych ojców i synów.

Ze względu na stopień szczegółowości analizy można wyróżnić:

1) analizę ruchliwości dla całej zbiorowości synów opisanej w tablicy ruchliwości,

2) analizę ruchliwości dla podzbiorowości synów, których ojcowie należeli do określonej kategorii społeczno-zawodowej bądź też dla podzbiorowości synów wyróżnionej ze względu na ich przynależność do określonej kategorii społeczno-zawodowej,

3) analizę ruchliwości dla podzbiorowości synów wyróżnionej zarówno ze względu na określoną kategorię społeczno-zawodową ich ojców, jak i ze względu na ich własną przynależność do określonej kategorii społeczno-zawodowej.

Bez względu na poziom szczegółowości analizy, tj. niezależnie od tego czy rozmiary wyróżnionych rodzajów ruchliwości ustalane są dla całej tablicy ruchliwości, dla określonego wiersza lub określonej kolumny, bądź też dla określonego pola tablicy ruchliwości, podstawę analizy stanowią informacje o wszystkich kategoriach społeczno-zawodowych ojców i synów: w analizie potencjalnej ruchliwości — oba rozkłady brzegowe, a w analizie obserwowanej ruchliwości — łączny rozkład kategorii społeczno-zawodowych ojców i synów. Oczywiście, analiza potencjalnej ruchliwości na poziomie najbardziej szczegółowym nie wydaje się celowa. Ponadto, rozmiary niektórych rodzajów potencjalnej ruchliwości mogą być określone jedynie w postaci przedziałów. Również w analizie obserwowanej ruchliwości, z wyjątkiem najbardziej ogólnego poziomu (tj. dla całej tablicy ruchliwości), można niekiedy, jak się dalej przekonamy, uzyskać jedynie przedziałowe określenie rozmiarów niektórych rodzajów ruchliwości.

### 3. RODZAJE RUCHLIWOŚCI SPOŁECZNO-ZAWODOWEJ

Przed określeniem rodzajów ruchliwości społeczno-zawodowej, tablica ruchliwości zostanie przedstawiona w postaci przepływów w sieci. Chociaż badacze ruchliwości od wielu lat posługują się w opisach ruchliwości takimi terminami, jak: przepływ, odpływ i napływ (por. np. G. Carlsson, 1958; S.M. Miller, 1960), to jednak teoria przepływów w sieciach nie była dotychczas wykorzystana do analizy ruchliwości społeczno-zawodowej.

Siecią nazywa się graf skierowany  $G = \langle N, A \rangle$ , który składa się ze zbioru  $N$  elementów  $g, h, \dots$ , oraz podzbioru  $A$  par uporządkowanych  $(g, h)$  elementów ze zbioru  $N$ . Elementy zbioru  $N$  będziemy nazywali węzłami, natomiast elementy podzbioru  $A$  — łukami.

Sieć można narysować, wybierając punkty odpowiadające każdemu węzłowi  $g$  ze zbioru  $N$  i łącząc odcinkiem opatrzonym strzałką węzeł  $g$  z węzłami  $h$ , jeżeli para uporządkowana  $(g, h)$  należy do zbioru  $A$ .

Łuk  $(g, g)$  prowadzący z węzła  $g$  do niego samego będziemy nazywali pętlą. W teorii sieci na ogół zakłada się, że pętle nie występują. Z pewnych względów, które za chwilę okażą się oczywiste, dopuścimy jednak występowanie pętli w rozważanych sieciach.

Niech  $g_1, g_2, \dots, g_m$  ( $m \geq 2$ ) będzie ciągiem różnych węzłów sieci, takich, że  $(g_i, g_{i+1})$  jest łukiem dla każdego  $i = 1, 2, \dots, m-1$ . Ciąg łuków

$$(g_1, g_2), (g_2, g_3), \dots, (g_{m-1}, g_m)$$

nazywamy drogą. Droga ta prowadzi z węzła  $g_1$  do węzła  $g_m$ .

Jeżeli zmienimy powyższą definicję, żądając, aby  $g_1 = g_m$ , to otrzymany ciąg łuków nazywamy cyklem.

W sieciach transportowych, na zbiorach węzłów i łuków, są określone dodatkowo różne funkcje rzeczywiste: funkcja zapotrzebowania — zapasu, funkcja przepustowości, funkcja przepływu, funkcja kosztu przepływu.

Każdemu węzłowi  $g \in N$  jest przyporządkowana liczba rzeczywista  $z(g)$  — dodatnia, ujemna lub równa zeru. Jeżeli  $z(g) > 0$ , to węzeł  $g$  nazywamy źródłem, a liczbę  $z(g)$  zapasem węzła. Jeżeli  $z(g) < 0$ , to węzeł  $g$  nazywamy ujściem, a liczbę  $z(g)$  — zapotrzebowaniem węzła  $g$ . Jeżeli  $z(g) = 0$ , to węzeł  $g$  nazywamy węzłem pośrednim.

Każdemu łukowi  $(g, h) \in A$  jest przyporządkowana nieujemna liczba rzeczywista  $w(g, h)$ . Liczbę tę będziemy nazywali przepustowością łuku  $(g, h)$ . Określa ona maksymalną wartość przepływu z węzła  $g$  do węzła  $h$  wzdłuż tego łuku.

Każdemu łukowi  $(g, h) \in A$  jest przyporządkowana nieujemna liczba rzeczywista  $p_{gh}$ . Liczbę tę będziemy nazywali przepływem z węzła  $g$  do węzła  $h$ . Niekiedy wygodniej będzie nazywać  $p_{gh}$  — odpływem z węzła  $g$  do węzła  $h$  bądź też napływem do węzła  $h$  z węzła  $g$ .

Funkcja przepływu odwzorowująca zbiór  $A$  w zbiór nieujemnych liczb rzeczywistych musi spełniać następujące równości i nierówności:

$$p_{gh} \leq w(g, h) \text{ dla wszystkich } (g, h) \in A,$$

$$\sum_{h \in A(g)} p_{gh} - \sum_{h \in B(g)} p_{gh} = z(g) \text{ dla każdego } g,$$

gdzie:  $A(g) = \{h : h \in N \& (g, h) \in A\}$  oraz  $B(g) = \{h : h \in N \& (h, g) \in A\}$ .

Ponadto każdemu łukowi  $(g, h) \in A$  może być przyporządkowana nieujemna liczba rzeczywista  $v(g, h)$ . Liczbę tę można interpretować jako koszt jednostkowego przepływu z węzła  $g$  do węzła  $h$ . W artykule tym nie będziemy jednak zajmowali się analizą kosztów przepływów w sieciach. Możliwość taka będzie rozważana jedynie w części 7.

Wykorzystując wprowadzone, elementarne pojęcia teorii przepływów w sieciach, przedstawimy obecnie tablicę ruchliwości społeczno-zawodowej

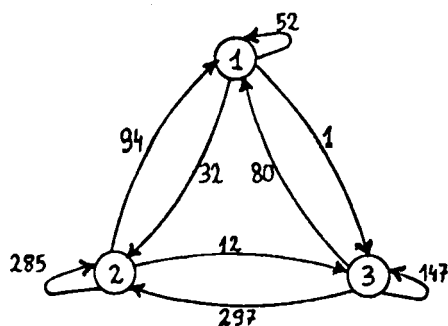
T a b e l a 2. Tablica międzypokoleniowej ruchliwości społeczno-zawodowej (w promilach)\*

Kategoria społeczno-zawodowa ojca	Kategoria społeczno-zawodowa syna			Razem
	1	2	3	
1	52	32	1	85
2	94	285	12	391
3	80	297	147	524
Razem	226	614	160	1000

\*Kategorie społeczno-zawodowe: 1 – pracownicy umysłowi, 2 – pracownicy fizyczni, 3 – rolnicy. Kategoria społeczno-zawodowa syna w 1972 r., natomiast ojca – w roku, w którym syn ukończył 14 lat.

Źródło: M. Pohoski (1983). Próba ogólnopolska 8782 mężczyzn w wieku 30–39 lat 1972 r.

w postaci przepływów w sieci. Zbiorem węzłów tej sieci będzie zbiór kategorii społeczno-zawodowych. Łuki prowadzące z węzła  $g$  do węzła  $h$  zostaną opisane za pomocą wielkości przepływu  $p_{gh}$  równego zaobserwowanej częstości synów, których ojcowie należeli do kategorii społeczno-zawodowej  $g$ , a oni sami należą do kategorii społeczno-zawodowej  $h$ . Tabela 2 przedstawia tablicę międzypokoleniowej ruchliwości społeczno-zawodowej uzyskaną w badaniach przeprowadzonych w 1972 r. pod kierunkiem M. Pohoskiego, natomiast rys. 1 – przepływy w sieci reprezentującej tę tablicę ruchliwości.



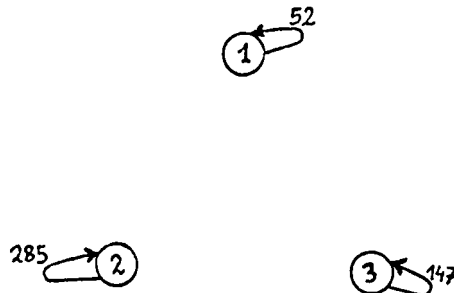
Rys. 1. Przepływy w sieci reprezentującej tablicę ruchliwości przedstawioną w tabeli 2

Sieć przedstawiona na rys. 1 zawiera pełną informację o łącznym rozkładzie kategorii społeczno-zawodowych ojców i synów. Suma odpływów z każdego węzła jest równa częstości (przedstawionej w promilach) tej kategorii społeczno-zawodowej ojców, którą reprezentuje dany węzeł. Suma napływów do każdego węzła jest równa częstości tej kategorii społeczno-zawodowej synów, którą węzeł reprezentuje. Węzeł 3 pełni funkcję źródła (suma odpływów z tego węzła jest większa od sumy napływów do niego). Zapas tego węzła wynosi 364%. Węzły 1 i 2 pełnią funkcje ujść (sumy napływów do nich są większe od sum odpływów). Zapotrzebowania tych węzłów wynoszą odpowiednio 141 i 223 promile.

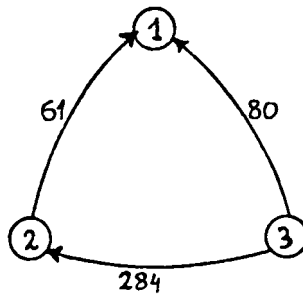


Sieć przedstawiona na rys. 1 jest mało przejrzysta. Podzielimy ją na trzy jednorodne, tzn. sieci składające się wyłącznie z pętli lub wyłącznie z dróg lub też wyłącznie z cykli. Funkcja przepływu w każdej sieci jednorodnej musi spełniać określone wyżej warunki, z tym jednak, że węzeł pełniący pierwotnie funkcję źródła lub ujścia może zmienić swoją funkcję i stać się węzłem pośrednim. Suma przepływów wzdłuż każdego łuku łączącego te same węzły w sieciach jednorodnych musi być równa przepływowi wzdłuż tego łuku w pierwotnej, złożonej sieci. Sieci jednorodne zostały przedstawione na rys. 2, 3 i 4.

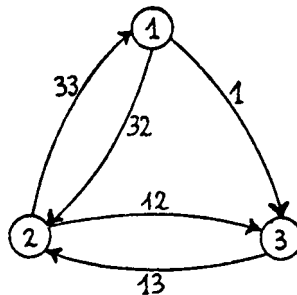
Warto podkreślić, że wszystkie przepływy w sieciach jednorodnych, składających się wyłącznie z pętli lub z cykli, są przepływami zrównoważonymi, tzn.



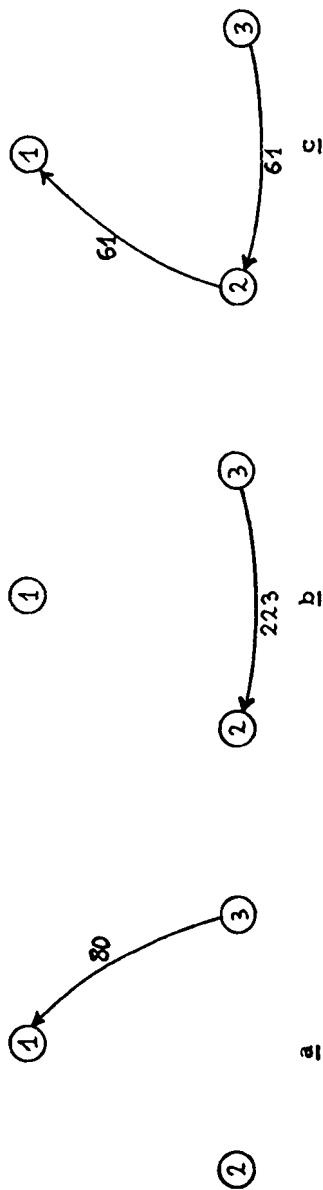
Rys. 2. Sieć jednorodna składająca się wyłącznie z pętli



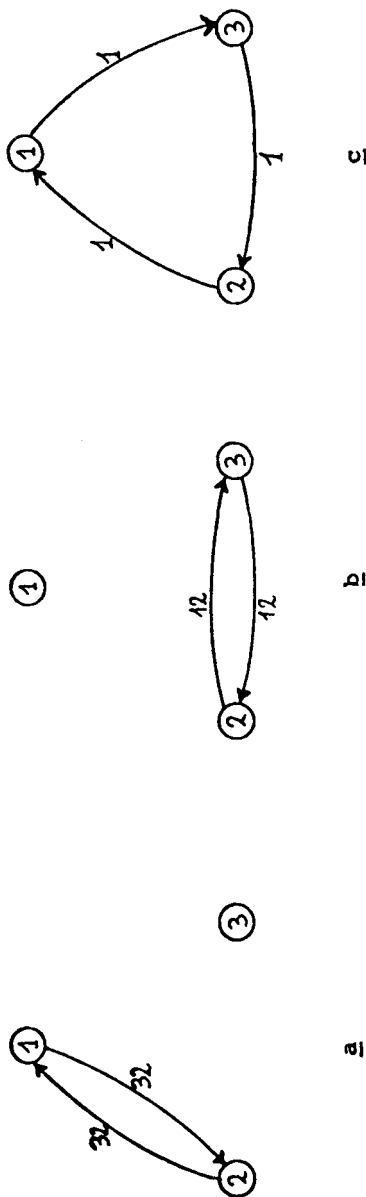
Rys. 3. Sieć jednorodna składająca się wyłącznie z dróg



Rys. 4. Sieć jednorodna składająca się wyłącznie z cykli



Rys. 5. Podział sieci jednorodnej składającej się wyłącznie z dróg na sieci elementarne



Rys. 6. Podział sieci jednorodnej składającej się wyłącznie z cykli na sieci elementarne

suma napływów do każdego węzła jest równa sumie odpływów z tego węzła. Każdy węzeł pełni w nich więc funkcję węzła pośredniego. Jedyne w sieci jednorodnej składającej się wyłącznie z dróg występują przepływy niezrównoważone. Część przepływów w tej sieci może jednak mieć charakter przepływów zrównoważonych.

Analizując sieci przedstawione na rys. 2, 3 i 4 jedynie o pierwszej z nich można stwierdzić bezpośrednio, że jest to sieć jednorodna. Przedstawimy więc podział dwóch ostatnich sieci na sieci elementarne składające się tylko z jednej drogi lub z jednego cyklu. Podział ten musi spełniać analogiczne warunki, jak podział pierwotnej, złożonej sieci na trzy sieci jednorodne. Dekompozycja przepływów w sieci złożonej na przepływy w sieciach elementarnych jest zawsze możliwa, chociaż nie zawsze jest ona określona jednoznacznie (por. N. Christofides, 1975). Sieci elementarne zostały przedstawione na rys. 5 i 6.

Przepływy w sieci składającej się wyłącznie z pętli odpowiadają sytuacji, w której kategoria społeczno-zawodowa syna jest taka sama jak kategoria społeczno-zawodowa jego ojca. Ten rodzaj ruchliwości lub raczej braku ruchliwości społeczno-zawodowej nazywa się immobilnością.

Przepływy w sieci składającej się wyłącznie z dróg są na ogół przepływami niezrównoważonymi. Oprócz nich mogą jednak występować również przepływy zrównoważone. Każda droga prowadzi z węzła pełniącego funkcję źródła do węzła pełniącego funkcję ujścia. Może być ona bezpośrednia lub okrężna (tzn. może prowadzić przez węzły pośrednie). Pierwszą sytuację ilustrują rys. 5a i 5b, natomiast drugą – rys. 5c. Przepływy bezpośrednie ze źródła do ujścia są przepływami niezrównoważonymi. Przepływy wzdłuż drogi przechodzącej przez węzły pośrednie są częściowo niezrównoważone, a częściowo – zrównoważone. Niezrównoważony jest odpływ ze źródła oraz napływ do ujścia, natomiast zrównoważone są przepływy przez węzły pośrednie.

Przepływy w sieci składającej się wyłącznie z dróg będziemy nazywali ruchliwością drogową. Można ją podzielić na ruchliwość drogową bezpośrednią i okrężną. Ponieważ jednak dekompozycja sieci jednorodnej składającej się z dróg na poszczególne drogi nie zawsze jest jednoznaczna (por. część 5), podział ten ma drugorzędne znaczenie.

Interpretacja socjologiczna przepływów w sieci składającej się z dróg jest złożona. Wymaga ona przede wszystkim uświadomienia sobie, w jakiej sytuacji przepływy te występują. Najogólniej mówiąc, przepływy takie występują w sytuacji, w której rozkłady kategorii społeczno-zawodowych ojców i synów różnią się.

Wyjaśnienia wymaga pojęcie rozkładu kategorii społeczno-zawodowych ojców. O.D. Duncan (1966) zwrócił uwagę na to, że pseudozbiorowość ojców przedstawiona w tablicy ruchliwości, w odróżnieniu od zbiorowości synów, nie reprezentuje rozkładu kategorii społeczno-zawodowych mężczyzn w żadnym określonym momencie (każdy ojciec występuje w niej tyle razy, ilu ma synów; mężczyźni, którzy nie mają synów nie są reprezentowani w tej zbiorowości, itp.).

Różnice między rozkładami kategorii społeczno-zawodowych ojców i synów

są wypadkową szeregu czynników. Ważnymi czynnikami są czynniki demograficzne: różnice płodności między klasami i warstwami społecznymi oraz procesy migracji (por. J.A. Kahl, 1957, R. Boudon, 1973; J. Matras, 1961, 1975; Th.W. Pullum, 1975). Czynniki te powodują konieczność niezrównoważonych przepływów między kategoriami społeczno-zawodowymi, nawet w sytuacji braku zmiany struktury społeczno-zawodowej. Socjologowie, na ogół, koncentrują swoją uwagę na przyczynach ruchliwości społeczno-zawodowej związanych ze zmianami struktury społecznej. Polegają one na powstawaniu nowych kategorii społeczno-zawodowych, zanikaniu dawnych, bądź też na zwiększaniu lub zmniejszaniu liczby pozycji zawodowych w poszczególnych kategoriach społeczno-zawodowych.

Ruchliwość społeczno-zawodową, wynikającą z różnic w rozkładach kategorii społeczno-zawodowych ojców i synów, nazywa się ruchliwością strukturalną (niekiedy określa się ją również terminem: „ruchliwość wymuszona”). Można wyróżnić dwa rodzaje ruchliwości strukturalnej odpowiadające wspomnianym wyżej dwóm rodzajom dróg niezrównoważonych przepływów między kategoriami społeczno-zawodowymi: ruchliwość strukturalną bezpośrednią i ruchliwość strukturalną pośrednią. Ze względu na wspomnianą wyżej, nie zawsze jednoznaczną dekompozycję sieci składającej się z dróg na sieci elementarne, podział ten ma drugorzędne znaczenie.

Wyjaśnienia wymaga przyczyna występowania ruchliwości strukturalnej pośredniej i w konsekwencji – zrównoważonych przepływów przez węzły pośrednie. R.W. Hodge<sup>1</sup> zaproponował rozróżnienie dwóch kategorii czynników wymuszających ruchliwość społeczno-zawodową (por. J. Matras, 1975). Pierwszą kategorię nazwał czynnikami dystrybucyjnymi, natomiast drugą – czynnikami strukturalnymi. Kategoria pierwsza odpowiada rozważanym wyżej różnicom między rozkładami kategorii społeczno-zawodowych ojców i synów (R.W. Hodge wskazywał przede wszystkim na zmiany struktury społeczno-zawodowej). Kategoria druga związana jest z niejednakowymi możliwościami różnych klas i warstw społecznych do lokowania synów na wyższych pozycjach społecznych. Na przykład, jeżeli wykształcenie jest wymagane do zajmowania pozycji w wyższych kategoriach społeczno-zawodowych, lecz dostęp do wykształcenia jest ograniczony lub utrudniony dla synów pochodzących z niższych kategorii społeczno-zawodowych, to mamy do czynienia z czynnikiem strukturalnym lub lepiej – ze strukturalnym ograniczeniem bezpośredniej ruchliwości między odległymi kategoriami społeczno-zawodowymi. Inny przykład takiego czynnika strukturalnego, to zróżnicowanie systemów wartości wyznawanych i przekazywanych w poszczególnych klasach i warstwach społecznych. Powoduje ono różnice dążeń do zdobywania wykształcenia oraz motywacji do osiągnięcia wyższych pozycji (por. M. Misztal, 1982).

Czynniki strukturalne stwarzają bariery w swobodnym przechodzeniu z

<sup>1</sup> Artykuł R.W. Hodge'a *Population movements in occupational structures* miał być opublikowany w „American Sociological Review”, w 1974 r. (Matras 1975). Nie został jednak wydrukowany ani w tym roku, ani też w kilku następnych latach.

jednej kategorii społeczno-zawodowej do drugiej. Ich występowanie jest przejawem sztywności struktury społecznej. W teorii przepływów w sieciach odpowiednikiem występowania czynników strukturalnych jest ograniczona przepustowość luków łączących węzły, które są, mówiąc swobodnie, „bardziej oddalone od siebie”.

Konsekwencją występowania czynników strukturalnych, które będziemy dalej nazywali ograniczeniami strukturalnymi, jest zwiększenie ruchliwości społeczno-zawodowej. Wymuszony przez różnice rozkładów (tj. przez czynniki dystrybucyjne wg klasyfikacji R.W. Hodge'a) przepływ niezbędnej liczby osób z jednych kategorii społeczno-zawodowych do innych, dokonuje się nie bezpośrednio, lecz stopniowo, poprzez zmiany pozycji społeczno-zawodowych takiej samej liczby osób pochodzących z jednej lub z kilku pośredniczących kategorii społeczno-zawodowych. Wymiany osób między pośredniczącymi kategoriami społeczno-zawodowymi są zrównoważone. Tę dodatkową ruchliwość społeczno-zawodową będziemy nazywali ruchliwością „krok za krokiem” związaną ze zmianą struktury. Była ona rozważana przez badaczy ruchliwości (por. J.A. Kahl, 1957) lecz nie opracowano metody obliczania jej rozmiaru. Metoda taka zostanie przedstawiona w tym artykule.

Interpretacja ograniczeń strukturalnych odwoływała się do hierarchicznego uporządkowania kategorii społeczno-zawodowych. Nie musi być ono określone *a priori*. Zaobserwowane przepływy okrężne wzdłuż dróg same określają uporządkowanie kategorii społeczno-zawodowych (por. rys. 5c). Wynik ten można traktować jako uboczny produkt analizy ruchliwości społeczno-zawodowej. Należy podkreślić, że otrzymane w ten sposób uporządkowanie kategorii społeczno-zawodowych nie zawsze musi być uporządkowaniem pełnym. Niekiedy przepływy okrężne wzdłuż dróg wyznaczają jedynie częściowy porządek na zbiorze kategorii społeczno-zawodowych, tzn. relację zwrotną, antysymetryczną i przechodnią, ale nie koniecznie spójną. Przykład takiego częściowego porządku zostanie podany w części 5.

Przepływy w sieci składającej się wyłącznie z cykli można interpretować jako wymiany osób między kategoriami społeczno-zawodowymi. Polegają one na tym, że pewna liczba synów, których ojcowie należeli do określonej kategorii społeczno-zawodowej zmienia swoją pozycję społeczną i należy do innych kategorii społeczno-zawodowych, natomiast taka sama liczba synów, których ojcowie należeli do innych kategorii społeczno-zawodowych również zmienia swoją pozycję społeczną i należy obecnie do danej kategorii społeczno-zawodowej. Ten rodzaj ruchliwości społeczno-zawodowej można nazwać ruchliwością cykliczną.

Można wyróżnić dwa rodzaje ruchliwości cyklicznej. Ilustruje je rys. 6. Pierwszy z nich polega na bezpośredniej wymianie osób między dwiema kategoriami społeczno-zawodowymi. Wymiany takie przedstawione są na rys. 6a i 6b. Ten rodzaj ruchliwości będziemy nazywali ruchliwością cykliczną bezpośrednią. Drugi rodzaj ruchliwości cyklicznej ma postać cykli, w których wymiany są dokonywane między trzema lub większą liczbą kategorii społeczno-zawodo-

wych. Ilustruje go rys. 6c. Ten rodzaj ruchliwości będziemy nazywali ruchliwością cykliczną okrężną.

Przypuśćmy, że kategorie społeczno-zawodowe zostały uporządkowane hierarchicznie. Można wówczas mówić o ruchliwości w górę i o ruchliwości w dół. Dwa rodzaje ruchliwości cyklicznej będą różniły się tym, że w przypadku ruchliwości cyklicznej bezpośredniej częstość występowania ruchliwości w górę jest równa częstości występowania ruchliwości w dół, natomiast w przypadku ruchliwości cyklicznej okrężnej częstości występowania ruchliwości w górę i ruchliwości w dół nie muszą być takie same (por. L.E. Hazelrigg, 1974).

Załóżmy, że w rozważanym przykładzie uporządkowanie kategorii społeczno-zawodowych jest zgodne z przypisanymi im numerami. Wówczas (por. rys. 6c) 2% synów, to osoby, które uzyskały pozycję społeczno-zawodową wyższą od swoich ojców (1% – to synowie rolników, a drugi 1% – do synowie pracowników fizycznych). Natomiast tylko 1% synów uzyskał pozycję społeczno-zawodową niższą od swoich ojców (są to synowie pracowników umysłowych).

Podział ruchliwości cyklicznej na bezpośrednią i okrężną nie zawsze jest tak jednoznaczny, jak w przedstawionym wyżej przykładzie. Rozważmy sieć jednorodną, składającą się wyłącznie z cykli, w której takie same są przepływy wzdłuż wszystkich sześciu łuków łączących trzy węzły. Sieć tę można przedstawić bądź w postaci trzech sieci elementarnych o wymianach bezpośrednich, bądź też w postaci dwóch sieci elementarnych o wymianach okrężnych. Taka niejednoznaczność podziału powoduje, że ma on drugorzędne znaczenie.

Badacze ruchliwości są zainteresowani wyodrębnieniem tej części ruchliwości, która jest związana jedynie z indywidualnymi cechami osób i nie zależy od innych, społecznych czynników. Określa się ją często jako „czystą” ruchliwość wymienną. W tym artykule będziemy nazywali ją po prostu ruchliwością wymienną.

Sposób wyodrębnienia ruchliwości wymiennej z ruchliwości cyklicznej zależy od założonego mechanizmu wymian pozycji społeczno-zawodowych. Będziemy zakładali, że wymiany pozycji powinny być wymianami bezpośrednimi. Występowanie wymian okrężnych będziemy interpretowali – podobnie jak przepływy okrężne przez drogi – jako konsekwencje ograniczeń strukturalnych. Ograniczenia te powodują, że wymiany osób między dwiema kategoriami społeczno-zawodowymi dokonują się nie bezpośrednio, lecz stopniowo, poprzez zmiany pozycji społeczno-zawodowych takiej samej liczby osób pochodzących z jednej lub z kilku pośredniczących kategorii społeczno-zawodowych. Tę dodatkową ruchliwość społeczno-zawodową będziemy nazywali ruchliwością „krok za krokiem” związaną z wymianą pozycji. Występowanie tej ruchliwości jest wymuszone przez cechy struktury społecznej (jej sztywność) i dlatego nie powinna być ona zaliczana do ruchliwości wymiennej.

Do ruchliwości wymiennej będziemy zaliczali ruchliwość cykliczną bezpośrednią oraz część ruchliwości cyklicznej okrężnej. Z każdego jednostkowego cyklu okrężnego składającego się z  $m$  łuków (tj. cyklu, w którym wzdłuż każdego

łuku przepływa jedna osoba) do ruchliwości wymiennej będziemy zaliczali przepływ dwóch osób. Dwie osoby wymieniłyby bowiem bezpośrednio swoje pozycje społeczno-zawodowe, gdyby nie występowały ograniczenia strukturalne. Przepływ pozostałych  $m-2$  osób będziemy zaliczali do ruchliwości krok za krokiem związanej z wymianą pozycji.

Uwzględniając wspomnianą wyżej niejednorodność dekompozycji sieci składającej się wyłącznie z cykli na sieci elementarne, za podstawę do określania ruchliwości wymiennej przyjmujemy taką dekompozycję tej sieci, dla której średnia długość cyklu jest minimalna. Odpowiada to podziałowi sieci składającej się z cykli na maksymalną liczbę cykli jednostkowych. Ruchliwość wymienna będzie więc równa podwojonej maksymalnej liczbie cykli jednostkowych, na które można podzielić ruchliwość cykliczną.

Omówioną klasyfikację ruchliwości społeczno-zawodowej, określoną w wyniku analizy przepływów w sieci reprezentującej tablicę ruchliwości, przedstawia syntetycznie tabela 3.

T a b e l a 3. Rodzaje ruchliwości społeczno-zawodowej

Rodzaj ruchliwości (podział I)		Oznaczenie	Rodzaj ruchliwości (podział II)	
Immobilność (przepływ przez pętle)		i	Immobilność	
Ruchliwość drogowa (przepływy przez drogi) d	bezpośrednia	$s_b$	bezpośrednia	Ruchliwość strukturalna s
	okrężna	$s_p$	pośrednia	
		r	związana ze zmianą struktury	Ruchliwość „krok za krokiem”
Ruchliwość cykliczna (przepływy przez cykle) c	okrężna	t	związana z wymianą pozycji	
		$e_p$	pośrednia	Ruchliwość wymiennej
	bezpośrednia	$e_b$	bezpośrednia	

Tabela 3 zawiera rozłączny i wyczerpujący podział przepływów w sieci reprezentującej tablicę ruchliwości na elementy składowe. Oznaczono je symbolami, które będą stosowane w następujących częściach:

$$i + s_b + s_p + r + t + e_p + e_b = 1.$$

Dla rozważanego przykładu wartości elementów składowych (w promilach) wynoszą:  $i = 484$ ,  $s_b = 303$ ,  $s_p = 61$ ,  $r = 61$ ,  $t = 1$ ,  $e_p = 2$ ,  $e_b = 88$ .

Tabela 3 przedstawia dwa sposoby podziału ruchliwości społeczno-zawodowej. Pierwszy z nich jest wynikiem dekompozycji sieci reprezentującej tablicę ruchliwości na sieci jednorodne i sieci elementarne. Drugi – wyróżnia rodzaje ruchliwości społeczno-zawodowej ze względu na źródło tej ruchliwości. Podział

drugi jest ważniejszy dla analizy ruchliwości społeczno-zawodowej. Otrzymanie go nie byłoby jednak możliwe bez przedstawienia tablicy ruchliwości w postaci przepływów w sieci i bez dokonania podziału pierwszego.

Przedstawiona typologia ruchliwości różni się od tradycyjnego podziału na immobilność, ruchliwość strukturalną i ruchliwość wymienną. Przede wszystkim został wyróżniony dodatkowy rodzaj ruchliwości – ruchliwość krok za krokiem. Przyczyna tego rodzaju ruchliwości – występowanie ograniczeń strukturalnych (tj. cecha struktury społecznej) – jest wyraźnie odmienna od przyczyn ruchliwości strukturalnej i ruchliwości wymiennej.

Ruchliwość krok za krokiem traktowano dotychczas jako część ruchliwości wymiennej. Uzasadnieniem zaliczenia jej do ruchliwości wymiennej mógł być jedynie zrównoważony charakter związanych z nią przepływów. G. Persson (1977) dokonał podziału ruchliwości niestukturalnej na czystą ruchliwość wymienną i ruchliwość transakcyjną. Określenie czystej ruchliwości wymiennej różni się od proponowanego w tym artykule określenia ruchliwości wymiennej. Różnice między rozmiarami czystej ruchliwości wymiennej i ruchliwości wymiennej są jednak stosunkowo niewielkie. Szerzej o tym w części 5. Ruchliwość transakcyjna odpowiada w przybliżeniu ruchliwości krok za krokiem. Podział proponowany przez G. Perssona nie ujawnia jednak faktu, że tylko część ruchliwości krok za krokiem jest związana z wymianą pozycji. Pozostała jej część jest związana ze zmianą struktury.

Ostatnio, we wspomnianym już artykule, T. Krauze i K.M. Słomczyński (1983) starali się wykazać nietrafność oceny rozmiaru ruchliwości strukturalnej za pomocą wskaźnika braku podobieństwa i potrzebę rozszerzenia tradycyjnej koncepcji ruchliwości strukturalnej. W uzasadnieniu podali oni przykład fikcyjnej tablicy ruchliwości. Przedstawia ją tabela 4.

T a b e l a 4. Tablica ruchliwości – przykład podany przez T. Krauze i K.M. Słomczyńskiego (1983)

Kategoria społeczno-zawodowa ojca	Kategoria społeczno-zawodowa syna			Razem
	1	2	3	
1	0	1	1	2
2	0	0	1	1
3	0	0	1	1
Razem	0	1	2	3

W rozważanej tablicy ruchliwości nie występują wymiany pozycji społeczno-zawodowych. Rozmiar całkowitej ruchliwości jest jednak większy od rozmiaru ruchliwości strukturalnej obliczonego na podstawie rozkładów brzegowych za pomocą wskaźnika braku podobieństwa. Całkowitą ruchliwość w tej tablicy T. Krauze i K.M. Słomczyński traktują jako ruchliwość strukturalną wymuszoną przez zmianę rozkładów brzegowych. Łatwo można wykazać, że rozumowanie to jest błędne. Istnieje bowiem tablica ruchliwości – przedstawia ją tabela 5 –



T a b e l a 5. Minimalna ruchliwość całkowita w tablicy ruchliwości o rozkładach brzegowych takich jak w tabeli 4

Kategoria społeczno-zawodowa ojca	Kategoria społeczno-zawodowa syna			Razem
	1	2	3	
1	0	0	2	2
2	0	2	0	1
3	0	0	0	0
Razem	0	1	2	3

w której rozkłady brzegowe są takie same, jak w tabeli 4, a rozmiar całkowitej ruchliwości jest równy rozmiarowi ruchliwości strukturalnej obliczonemu za pomocą wskaźnika braku podobieństwa.

Dodatkowa ruchliwość występująca w tabeli 4 jest wynikiem ograniczeń strukturalnych przepływu w kategorii społeczno-zawodowej 1 do kategorii 3. Jest to więc ruchliwość krok za krokiem związana ze zmianą struktury. Wprawdzie ruchliwość ta może występować jedynie wtedy, gdy rozkłady kategorii społeczno-zawodowych ojców i synów różnią się, lecz nie jest ona wymuszona przez różnice między tymi rozkładami. Zaliczanie jej do ruchliwości strukturalnej nie jest więc trafne.

Analogicznie do przedstawionej wyżej dekompozycji przepływów w złożonej sieci, reprezentującej tablicę ruchliwości, na przepływy w trzech sieciach jednorodnych, a następnie – na przepływy w sieciach elementarnych, można przedstawić dekompozycję samej tablicy ruchliwości na tablice składowe reprezentujące poszczególne rodzaje ruchliwości.

Rozpoczniemy od podziału tablicy ruchliwości  $P$  na trzy tablice składowe reprezentujące przepływy przez pętle (I), przez cykle (C) i przez drogi (D):

$$P = I + C + D.$$

Tabele 6, 7 i 8 przedstawiają trzy tablice składowe: I, C i D, tablice ruchliwości opisanej w tabeli 2. Pierwsza z nich reprezentuje immobilność, druga – ruchliwość cykliczną, natomiast trzecia – ruchliwość drogową<sup>2</sup>.

Warto zwrócić uwagę na własności tablic składowych. Wszystkie tablice składają się z nieujemnych elementów. W pierwszych dwóch tablicach oba rozkłady brzegowe są identyczne. Wynika to z faktu, że reprezentują one sieci jednorodne o zrównoważonych przepływach. Rozkłady brzegowe w trzeciej tablicy różnią się. Różnica między nimi jest taka sama, jak różnica między rozkładami brzegowymi w całej tablicy ruchliwości.

Podział przepływów w sieci na przepływy przez cykle i przepływy przez drogi nie jest jednoznaczny. Analogicznie, podział tablicy ruchliwości na tablice

<sup>2</sup> Dekompozycja tablicy ruchliwości na trzy tablice składowe odpowiada dokładnie dekompozycji uzyskanej w odmienny sposób przez T. Krauze i K.M. Słomczyńskiego (1983). Przepływy w tablicy C nazywają oni ruchliwością cyrkularną, natomiast przepływy w tablicy D – ruchliwością strukturalną.

T a b e l a 6. Tablica przepływów przez pętle I (dla tab. 2)

Kategoria społeczno-zawodowa ojca	Kategoria społeczno-zawodowa syna			Razem
	1	2	3	
1	52	0	0	52
2	0	285	0	285
3	0	0	147	147
Razem	52	285	147	484

T a b l i c a 7. Tablica przepływów przez cykle C (dla tab. 2)

Kategoria społeczno-zawodowa ojca	Kategoria społeczno-zawodowa syna			Razem
	1	2	3	
1	0	32	1	33
2	33	0	12	45
3	0	13	0	13
Razem	33	45	13	91

T a b e l a 8. Tablica przepływów przez drogi D (dla tab. 2)

Kategoria społeczno-zawodowa ojca	Kategoria społeczno-zawodowa syna			Razem
	1	2	3	
1	0	0	0	0
2	61	0	0	61
3	80	284	0	364
Razem	141	284	0	425

składowe C i D może nie być jednoznaczny. Ilustrują to tabele 9 i 10, które przedstawiają inny niż w tabelach 7 i 8 podział częstości z tablicy ruchliwości opisanej w tabeli 2. Podziały te różnią się wielkościami przepływów przez cykle i przez drogi.

Dla jednoznacznego określenia ruchliwości cyklicznej oraz ruchliwości drogowej konieczne jest więc przyjęcie dodatkowych warunków. Ruchliwością cykliczną będziemy nazywali maksymalne przepływy w sieci jednorodnej składającej się wyłącznie z cykli. Uzupełnienie określenia ruchliwości cyklicznej w postaci warunku maksymalizacji przepływów w sieci składającej się z cykli jest zgodne z dotychczasową praktyką i ma dobre uzasadnienie socjologiczne. W konsekwencji, ruchliwością drogową będziemy nazywali minimalne przepływy w sieci jednorodnej składającej się wyłącznie z dróg.

T a b e l a 9. Tablica przepływów przez cykle – wariant drugi (dla tab. 2)

Kategoria społeczno-zawodowa ojca	Kategoria społeczno-zawodowa syna			Razem
	1	2	3	
1	0	32	1	33
2	32	0	12	44
3	1	12	0	13
Razem	33	44	13	90

T a b e l a 10. Tablica przepływów przez drogi – wariant drugi (dla tab. 2)

Kategoria społeczno-zawodowa ojca	Kategoria społeczno-zawodowa syna			Razem
	1	2	3	
1	0	0	0	0
2	62	0	0	62
3	79	285	0	364
Razem	141	285	0	426

Sieci elementarne, tj. pojedyncze pętle, cykle lub drogi, mają macierzową reprezentację w postaci binarnych macierzy przejść.

Niech  $G^j = \langle N, A^j \rangle$  oznacza  $j$ -tą sieć elementarną. Binarna macierz przejść dla tej sieci jest macierzą  $U^j = [u_{gh}^j]$  o wymiarach  $k \times k$ , gdzie  $k$  oznacza liczbę węzłów w sieci, w której

$$u_{gh}^j = \begin{cases} 1 & \text{gdy } (g, h) \in A^j \\ 0 & \text{gdy } (g, h) \notin A^j \end{cases}$$

Tablica ruchliwości  $P$  może być przedstawiona w postaci sumy ważonych binarnych macierzy przejść reprezentujących poszczególne sieci elementarne. Wagami są w tym przypadku wielkości przepływów przez poszczególne sieci elementarne (por. N. Christofides, 1975)<sup>3</sup>.

Dekompozycja tablicy ruchliwości opisanej w tabeli 2 może być przedstawiona (por. rys. 2, 5 i 6) w następujący sposób:

$$P = \begin{bmatrix} 52 & 32 & 1 \\ 94 & 285 & 12 \\ 80 & 297 & 147 \end{bmatrix} =$$

<sup>3</sup>T. Krauze i K.M. Słomczyński (1983) podali definicję cyklu w postaci macierzy binarnej i pokazali, że ruchliwość cyrkularna może być przedstawiona w postaci sumy ważonych macierzy cyklicznych.

$$\begin{aligned}
&= 52 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + 285 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + 147 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \\
&+ 32 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + 12 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \\
&+ 80 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + 223 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} + 61 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Pierwsze trzy składniki tej sumy reprezentują składowe immobilności. Następne trzy – składowe ruchliwości cyklicznej, przy czym dwa pierwsze odpowiadają ruchliwości wymiennej (bezpośredniej), a ostatni – łącznie ruchliwości wymiennej (pośredniej) i ruchliwości krok za krokiem związanej z wymianą pozycji. Kolejne trzy składniki reprezentują składowe ruchliwości drogowej, przy czym dwa pierwsze odpowiadają ruchliwości strukturalnej bezpośredniej, a ostatni – łącznie ruchliwości strukturalnej pośredniej i ruchliwości krok za krokiem związanej ze zmianą struktury.

Wyodrębnienie macierzowej reprezentacji ruchliwości strukturalnej pośredniej i ruchliwości krok za krokiem związanej ze zmianą struktury nie stanowi trudności, jeżeli dekompozycja sieci składającej się z dróg na poszczególne drogi jest – tak jak w rozważanym przykładzie – jednoznaczna. Jako ruchliwość strukturalną pośrednią należy wówczas interpretować odpływ ze źródła. Jedynie kierunek tego odpływu jest zmieniony przez ograniczenia strukturalne. Natomiast jako ruchliwość krok za krokiem związaną ze zmianą struktury należy interpretować pozostałe przepływy wzdłuż drogi okrężnej.

Większą trudność stanowi wyodrębnienie macierzowej reprezentacji ruchliwości wymiennej i ruchliwości krok za krokiem związanej z wymianą pozycji w cyklach okrężnych. Nie jest ono możliwe bez założenia o hierarchicznym uporządkowaniu kategorii społeczno-zawodowych. Przyjmując takie założenie, można jako ruchliwość wymienną (pośrednią) interpretować odpływy z kategorii społeczno-zawodowych zajmujących najwyższe i najniższe miejsce w tej hierarchii spośród kategorii społeczno-zawodowych uczestniczących w cyklu. Pozostałe przepływy można interpretować jako ruchliwość krok za krokiem związaną z wymianą pozycji.

#### 4. ANALIZA POTENCJALNEJ RUCHLIWOŚCI

W części tej przedmiotem analizy będzie klasa tablic ruchliwości o ustalonych rozkładach brzegowych, takich samych, jakie stwierdzono w zaobserwowanej tablicy ruchliwości. Dla tablic ruchliwości należących do tej klasy zostaną

określone minimalne i maksymalne rozmiary wyróżnionych rodzajów ruchliwości. Rozważania te będą ilustrowane analizą klasy tablic ruchliwości o rozkładach brzegowych równych zaobserwowanym w tablicy ruchliwości opisanej w tabeli 2.

Oznaczmy przez  $\Pi = [\pi_{gh}]$  macierz łącznego rozkładu częstości o wymiarach  $k \times k$ , przez  $\alpha$  i  $\beta$  odpowiednio zaś wektory brzegowych rozkładów częstości.

Klasę łącznych rozkładów częstości o brzegowych rozkładach równych zaobserwowanym brzegowym rozkładom  $a$  i  $b$ , oznaczać będziemy przez  $\Pi(a, b)$ :

$$\Pi(a, b) = \{\Pi : \alpha = a \wedge \beta = b\}.$$

Rozpocznijemy od określenia, a właściwie od przypomnienia (por. R. Boudon, 1973; J. Bibby, 1975), minimalnych i maksymalnych rozmiarów immobilności i całkowitej ruchliwości w klasie  $\Pi(a, b)$ .

Niech  $v(\Pi)$  oznacza rozmiar immobilności w tablicy ruchliwości  $\Pi$ :

$$v(\Pi) = \sum_{g=1}^k \pi_{gg}.$$

Oznaczmy przez  $v_{\min}$  i  $v_{\max}$  odpowiednio minimalny i maksymalny rozmiar immobilności w klasie  $\Pi(a, b)$ .

$$v_{\min} = \min_{\Pi \in \Pi(a, b)} v(\Pi)$$

$$v_{\max} = \max_{\Pi \in \Pi(a, b)} v(\Pi)$$

Wiadomo, że

$$v_{\min} = \max [0, \max_g (a_g + b_g - 1)],$$

$$v_{\min} = 0 \Leftrightarrow a_g + b_g \leq 1 \text{ dla każdego } g,$$

$$v_{\max} = \sum_{g=1}^k \min(a_g, b_g),$$

$$v_{\max} = 1 \Leftrightarrow a_g = b_g \text{ dla każdego } g,$$

Niech  $\mu(\Pi)$  oznacza rozmiar całkowitej ruchliwości w tablicy ruchliwości  $\Pi$ :

$$\mu(\Pi) = \sum_{g=1}^k \sum_{h=1}^k \pi_{gh} = 1 - v(\Pi).$$

Oznaczmy przez  $\mu_{\min}$  i  $\mu_{\max}$  odpowiednio minimalny i maksymalny rozmiar całkowitej ruchliwości w klasie  $\Pi(a, b)$ .

$$\mu_{\min} = \min_{\Pi \in \Pi(a, b)} \mu(\Pi) = 1 - v_{\max}$$

$$\mu_{\max} = \max_{\Pi \in \Pi(a, b)} \mu(\Pi) = 1 - v_{\min}$$

Wiadomo, że

$$\mu_{\min} = \frac{1}{2} \sum_{g=1}^k |a_g - b_g|$$

$$\mu_{\min} = 0 \Leftrightarrow a_g = b_g \text{ dla każdego } g$$

$$\mu_{\max} = 1 - \max [0, \max (a_g + b_g - 1)]$$

$$\mu_{\max} = 1 \Leftrightarrow a_g + b_g \leq 1 \text{ dla każdego } g.$$

Warto podkreślić, że własności rozkładów brzegowych mogą wymuszać nie tylko występowanie pewnego rozmiaru ruchliwości (co jest powszechnie znane), lecz również – pewnego rozmiaru immobilności. Tabele 11 i 12 przedstawiają tablice ruchliwości o rozkładach brzegowych takich samych, jak w tablicy ruchliwości opisanej w tabeli 2. W pierwszej z nich rozmiar immobilności jest minimalny, a w drugiej – rozmiar całkowitej ruchliwości jest minimalny.

Dla rozważanego przykładu minimalne i maksymalne rozmiary immobilności i całkowitej ruchliwości (w promilach) są następujące:

$$v_{\min} = 5, \quad v_{\max} = 636, \quad \mu_{\min} = 364, \quad \mu_{\max} = 995.$$

W klasie  $\Pi(a, b)$ , dla której  $v_{\min} \neq 0$ , istnieje tylko jedna tablica ruchliwości  $\Pi$  taka, że  $v(\Pi) = v_{\min}$ .

T a b e l a 11. Minimalna immobilność w tablicy ruchliwości o rozkładach brzegowych takich jak w tabeli 2

Kategoria społeczno-zawodowa ojca	Kategoria społeczno-zawodowa syna			Razem
	1	2	3	
1	1	85	0	85
2	226	5	160	391
3	0	524	0	524
Razem	226	614	160	1000

T a b e l a 12. Minimalna ruchliwość całkowita w tablicy ruchliwości w rozkładach brzegowych takich jak w tabeli 2

Kategoria społeczno-zawodowa ojca	Kategoria społeczno-zawodowa syna			Razem
	1	2	3	
1	85	0	0	85
2	0	391	0	391
3	141	223	160	524
Razem	226	614	160	1000

Klasa  $\Pi(a, b)$  zawiera na ogół więcej niż jedną tablicę ruchliwości  $\Pi$ , dla której  $\mu(\Pi) = \mu_{\min}$ . Jedynie w przypadku, gdy w zbiorze kategorii społeczno-zawodowych istnieje tylko jedna kategoria społeczno-zawodowa pełniąca funkcję źródła lub tylko jedna kategoria społeczno-zawodowa pełniąca funkcję ujścia, w klasie  $\Pi(a, b)$  istnieje dokładnie jedna tablica ruchliwości  $\Pi$ , dla której  $\mu(\Pi) = \mu_{\min}$ .

Minimalna ruchliwość  $\mu_{\min}$ , wynikająca z różnic między rozkładami brzegowymi, określa rozmiar ruchliwości strukturalnej. Rozmiar ruchliwości strukturalnej oznaczamy będziemy przez  $\sigma$ . Jest on jednakowy dla wszystkich tablic ruchliwości należących do klasy  $\Pi(a, b)$ . Jego wielkość określa wartość wskaźnika braku podobieństwa między rozkładami brzegowymi. W rozważanym przykładzie ruchliwość strukturalna (w promilach) równa się 364.

Niech  $\gamma(\Pi)$  oznacza rozmiar ruchliwości cyklicznej w tablicy ruchliwości  $\Pi$ . Przez  $\gamma_{\min}$  i  $\gamma_{\max}$  oznaczymy odpowiednio minimalny i maksymalny rozmiar ruchliwości cyklicznej w klasie  $\Pi(a, b)$ .

Minimalny rozmiar ruchliwości cyklicznej  $\gamma_{\min}$  jest zawsze równy zeru. W klasie  $\Pi(a, b)$  istnieje bowiem zawsze co najmniej jedna tablica ruchliwości  $\Pi$ , dla której ruchliwość całkowita  $\mu(\Pi)$  jest równa ruchliwości strukturalnej  $\sigma$ .

W celu określenia maksymalnego rozmiaru ruchliwości cyklicznej  $\gamma_{\max}$  oznaczymy przez  $\Gamma = [\gamma_{gh}]$  macierz o wymiarach  $k \times k$ , reprezentującą maksymalne przepływy przez cykle w sieci reprezentującej tablicę ruchliwości  $\Pi$ . Macierz  $\Gamma$  jest odpowiednikiem macierzy  $C$  rozważanej w poprzedniej części i musi wykazywać te same własności. Sumę elementów macierzy  $\Gamma$  oznaczymy przez  $\gamma(\Pi)$ .

Macierz  $\Gamma_{\max}$ , stanowiącą jedną ze składowych tablicy ruchliwości,  $\Pi$  dla której  $\gamma(\Pi) = \gamma_{\max}$ , jest określona za pomocą następujących warunków:

$$(\Gamma.1) \quad \gamma_{gh} \geq 0 \quad \text{dla każdego } g \text{ oraz } h,$$

$$(\Gamma.2) \quad \gamma_{gg} = 0 \quad \text{dla każdego } g,$$

$$(\Gamma.3) \quad \sum_{h=1}^k \gamma_{gh} \leq a_g \quad \text{dla każdego } g,$$

$$(\Gamma.4) \quad \sum_{g=1}^k \gamma_{gh} \leq b_h \quad \text{dla każdego } h,$$

$$(\Gamma.5) \quad \sum_{h=1}^k \gamma_{gh} = \sum_{h=1}^k \gamma_{hg} \quad \text{dla każdego } g,$$

$$(\Gamma.6) \quad \sum_{g=1}^k \sum_{h=1}^k \gamma_{gh} \rightarrow \max.$$

Macierz tę można wyznaczyć za pomocą metody sympleks – klasycznej metody programowania liniowego. Metodę tę zastosował do analizy tablic ruchliwości G.S. Meyer (1978). Jego celem było określenie tablic międzypokoleniowej ruchliwości, które maksymalizują sumę ważonych dystansów między

kategorią społeczno-zawodową ojca a kategorią społeczno-zawodową syna, dla przyjętego systemu wag oraz ustalonych rozkładów brzegowych. Metodę tę zastosowali również T. Krauze i K.M. Słomczyński (1983) do dekompozycji zaobserwowanej tablicy ruchliwości (por. 5.1).

Maksymalny rozmiar ruchliwości cyklicznej  $\gamma_{\max}$  można jednak obliczyć bez stosowania metody sympleks. Można pokazać, że

$$\gamma_{\max} = 1 - \sigma - \max \left\{ 0, \left\{ 2 \max_g [\min(a_g, b_g)] - (1 - \sigma) \right\} \right\}$$

Warto podkreślić, że dla dowolnej klasy tablic ruchliwości  $\Pi(a, b)$

$$\gamma_{\max} \leq v_{\max}$$

Ruchliwość cykliczna powstaje bowiem w wyniku ograniczenia maksymalnej immobilności.

W rozważanym przykładzie  $\gamma_{\max}$  (w promilach) równa się 490, natomiast macierz  $\Gamma_{\max}$  została podana w tabeli 13.

T a b e l a 13. Tablica maksymalnych przepływów przez cykle  $\Gamma_{\max}$  dla tablicy ruchliwości o rozkładach brzegowych takich jak w tabeli 2

Kategoria społeczno-zawodowa ojca	Kategoria społeczno-zawodowa syna			Razem
	1	2	3	
1	0	85	0	85
2	85	0	160	245
3	0	160	0	160
Razem	85	245	160	490

Macierz  $\Gamma_{\max}$  w rozważanym przykładzie jest określona jednoznacznie. Na ogół jednak istnieje wiele macierzy  $\Gamma_{\max}$  o takiej samej sumie elementów równej  $\gamma_{\max}$ . Wszystkie te macierze mają identyczne rozkłady brzegowe, tj. wartości  $\gamma_g$  oraz  $\gamma_{\cdot g}$  dla  $g = 1, 2, \dots, k$ . Znak (.) w miejscu indeksu oznacza sumę po tym indeksie.

Niech  $\eta(\Pi)$  oznacza rozmiar ruchliwości wymiennej w tablicy ruchliwości  $\Pi$ . Przez  $\eta_{\min}$  i  $\eta_{\max}$  oznaczmy odpowiednio minimalny i maksymalny rozmiar ruchliwości wymiennej w klasie  $\Pi(a, b)$ .

Minimalny rozmiar ruchliwości wymiennej  $\eta_{\min}$ , podobnie jak minimalny rozmiar ruchliwości cyklicznej  $\gamma_{\min}$ , jest zawsze równy zeru.

Maksymalny rozmiar ruchliwości wymiennej  $\eta_{\max}$  jest zawsze równy maksymalnemu rozmiarowi ruchliwości cyklicznej  $\gamma_{\max}$ . Łatwo można bowiem wykazać, że zawsze istnieje macierz symetryczna o nieujemnych elementach, która ma takie same sumy brzegowe i całkowitą sumę elementów jak macierz  $\Gamma_{\max}$ .

Niech  $\tau(\Pi)$  oznacza rozmiar ruchliwości krok za krokiem związanej z wymianą pozycji w tablicy ruchliwości  $\Pi$ . Przez  $\tau_{\min}$  i  $\tau_{\max}$  oznaczmy odpowiednio minimalny i maksymalny rozmiar tej ruchliwości w klasie  $\Pi(a, b)$ .



Minimalny rozmiar tej ruchliwości  $\tau_{\min}$  jest zawsze równy zero. Ruchliwość ta stanowi bowiem część ruchliwości cyklicznej, której minimalny rozmiar  $\gamma_{\min}$  jest równy zero.

Maksymalny rozmiar ruchliwości krok za krokiem związanej z wymianą pozycji  $\tau_{\max}$  można wyznaczyć, maksymalizując różnicę między ruchliwością cykliczną a ruchliwością wymienną. Należy w tym celu skonstruować maksymalną liczbę możliwie najdłuższych cykli okrężnych o jednakowym kierunku przepływów.

Wartość  $\tau_{\max}$  można obliczyć na podstawie sum brzegowych wyznaczonej uprzednio macierzy  $\Gamma_{\max}$ . Niech  $\gamma^1, \gamma^2, \dots, \gamma^k$  oznaczają sumy brzegowe macierzy  $\Gamma_{\max}$  uporządkowane w ciągu niemalejącym, tzn.  $\gamma^{i-1} \leq \gamma^i$  dla  $i = 2, \dots, k$ . Dodatkowo założymy, że  $\gamma^0 = 0$ . Wówczas

$$\tau_{\max} = \sum_{i=1}^{k-2} (\gamma^i - \gamma^{i-1})(k-1-i).$$

W rozważanym przykładzie  $\tau_{\max}$  (w promilach) równa się 85.

Niech  $\rho(\Pi)$  oznacza rozmiar ruchliwości krok za krokiem związanej z zmianą struktury w tablicy ruchliwości  $\Pi$ . Przez  $\rho_{\min}$  i  $\rho_{\max}$  oznaczymy odpowiednio minimalny i maksymalny rozmiar tej ruchliwości w klasie  $\Pi(a, b)$ .

Minimalny rozmiar tej ruchliwości  $\rho_{\min}$  jest zawsze równy zero. Uzasadnienie tego jest analogiczne do uzasadnienia faktu, że  $\gamma_{\min} = 0$ .

Z maksymalną ruchliwością krok za krokiem związaną ze zmianą struktury mamy do czynienia wtedy, gdy przepływy przez drogi są możliwie największe. Przepływy przez drogi są największe wówczas, gdy dokonują się wzdłuż najdłuższych dróg. Najdłuższymi drogami są drogi prowadzące początkowo przez możliwie wiele węzłów-źródeł, następnie przez węzły pośrednie i w końcu przez możliwie wiele węzłów-ujść.

Oznaczmy przez  $N_1$  – zbiór węzłów-ujść o liczebności  $k_1$ , przez  $N_2$  – zbiór węzłów pośrednich o liczebności  $k_2$ , a przez  $N_3$  – zbiór węzłów-źródeł o liczebności  $k_3$ . Niech  $\Lambda$  oznacza klasę permutacji zbioru  $N$  taką, że dla każdej permutacji  $\lambda \in \Lambda$ :

$$\lambda(g) \in \{1, \dots, k_1\} \Leftrightarrow g \in N_1,$$

$$\lambda(g) \in \{k_1 + 1, \dots, k_1 + k_2\} \Leftrightarrow g \in N_2,$$

$$\lambda(g) \in \{k_1 + k_2 + 1, \dots, k_1 + k_2 + k_3\} \Leftrightarrow g \in N_3.$$

W wyniku permutacji  $\lambda$  otrzymujemy takie uporządkowanie węzłów, w których pierwsze  $k_1$  węzłów – to węzły-ujścia, następne  $k_2$  węzłów – to węzły pośrednie, a ostatnie  $k_3$  węzłów – to węzły-źródła.

Oznaczmy przez  $\Delta_{\max}(\lambda) = [\delta_{\lambda(g), \lambda(h)}]$  macierz o wymiarach  $k \times k$ , reprezentującą maksymalne przepływy przez drogi w klasie tablic ruchliwości  $\Pi(a, b)$  przy założeniu, że węzły uporządkowane są wg permutacji  $\lambda$ . Macierz  $\Delta_{\max}(\lambda)$  jest odpowiednikiem macierzy  $D$  rozważanej w poprzedniej części i musi wykazywać te same własności. Sumę elementów macierzy  $\Delta_{\max}(\lambda)$  oznaczymy przez  $\delta_{\max}(\lambda)$ .

Macierz  $\Delta_{\max}(\lambda)$  jest określona za pomocą następujących warunków:

$$(\Delta.1) \quad \delta_{\lambda(g), \lambda(h)} \geq 0 \quad \text{dla każdego } g \text{ oraz } h,$$

$$(\Delta.2) \quad \delta_{\lambda(g), \lambda(h)} = 0 \quad \text{dla każdej pary } g \text{ i } h \text{ spełniającej warunek: } \lambda(g) \geq \lambda(h),$$

$$(\Delta.3) \quad \sum_{h=1}^k \delta_{\lambda(g), \lambda(h)} \leq a_g \quad \text{dla każdego } g,$$

$$(\Delta.4) \quad \sum_{g=1}^k \delta_{\lambda(g), \lambda(h)} \leq b_h \quad \text{dla każdego } h,$$

$$(\Delta.5) \quad \sum_{h=1}^k \delta_{\lambda(g), \lambda(h)} - \sum_{h=1}^k \delta_{\lambda(h), \lambda(g)} = a_g - b_g \quad \text{dla każdego } g,$$

$$(\Delta.6) \quad \sum_{g=1}^k \sum_{h=1}^k \delta_{\lambda(g), \lambda(h)} \rightarrow \max.$$

Macierz tę, która — mówiąc swobodnie — ma możliwie największą sumę elementów, a ponadto elementy o niezerowych wartościach rozmieszczone są w dolnym trójkącie i możliwie blisko głównej przekątnej, można wyznaczyć za pomocą metody sympleks.

Wartość  $\delta_{\max}(\lambda)$  można obliczyć jednak również w prostszy sposób.

Niech

$$\delta_{\cdot, \lambda(h)} = \sum_{g=1}^k \delta_{\lambda(g), \lambda(h)}$$

oznacza sumę brzegową w kolumnie  $\lambda(h)$  macierzy  $\Delta_{\max}(\lambda)$ .

Można pokazać, że

$$\delta_{\cdot, \lambda(h)} = \min \left[ b_{\lambda(h)}, \sum_{\lambda(g) = \lambda(h) + 1}^k a_{\lambda(g)} - \sum_{\lambda(g) = \lambda(h) + 1}^k b_{\lambda(g)} \right]$$

Zatem

$$\delta_{\max}(\lambda) = \sum_{h=1}^k \delta_{\cdot, \lambda(h)}$$

Maksymalny rozmiar ruchliwości krok za krokiem związanej ze zmianą struktury  $\rho_{\max}$  jest równy

$$\rho_{\max} = \max_{\lambda \in \Lambda} \delta_{\max}(\lambda) - \sigma.$$

Konieczność pomniejszenia maksymalnego przepływu przez drogi o  $\sigma$  wynika z tego, że część przepływów przez drogi, to przepływy określone jako ruchliwość strukturalna.

W rozważanym przykładzie  $\rho_{\max}$  (w promilach) równa się 141. Permutacją  $\lambda$  dla której  $\delta_{\max}(\lambda)$  przyjmuje wartość maksymalną jest:  $\lambda(g) = g$  dla każdego  $g$ . Macierz  $\Delta_{\max}(\lambda)$  dla tej permutacji przedstawia tabela 14.

Jeżeli „prawdziwe” uporządkowanie kategorii społeczno-zawodowych jest

T a b e l a 14. Tablica maksymalnych przepływów przez drogi  $\Delta_{\max}(\lambda)$  dla tablicy ruchliwości o rozkładach brzegowych takich jak w tabeli 2

Kategoria społeczno-zawodowa ojca	Kategoria społeczno-zawodowa syna			Razem
	1	2	3	
1	0	0	0	0
2	141	0	0	141
3	0	364	0	364
Razem	141	364	0	505

znane, to zamiast  $\rho_{\max}$  odpowiedniejszą charakterystyką maksymalnej ruchliwości krok za krokiem związanej ze zmianą struktury jest maksymalna wartość  $\rho(\Pi)$  przy tym właśnie uporządkowaniu. Można ją wyznaczyć w sposób podobny do opisanego wyżej, przyjmując za  $\lambda$  taką permutację, która jest zgodna z „prawdziwym” uporządkowaniem w każdym z oddzielnie rozważanych podzbiorów węzłów: węzłów-ujść, węzłów pośrednich i węzłów-źródeł. Ponadto konieczne jest nałożenie dodatkowych ograniczeń na przepływy przez drogi, wynikających z własności tego uporządkowania. Procedura ta jest analogiczna do zaproponowanej przez D. Bertaux (1969) metody wyznaczania ruchliwości „schodkowej” (mobilité en escalier) (por. również J. Bibby, 1975).

Przedstawimy obecnie minimalne i maksymalne rozmiary wyróżnionych rodzajów ruchliwości dla poszczególnych wierszy i kolumn tablic ruchliwości należących do klasy  $\Pi(a, b)$ . Wynikają one bezpośrednio z wcześniejszych rozważań w tej części. Będziemy stosowali oznaczenia analogiczne do tych, które były używane dla całej tablicy ruchliwości, uzupełniając je jedynie indeksem wiersza lub kolumny.

$$v_{\min}(g) = \max(0, a_g + b_g - 1) \quad \text{dla wiersza i kolumny } g,$$

$$v_{\max}(g) = \min(a_g, b_g) \quad \text{dla wiersza i kolumny } g,$$

$$\mu_{\min}(g) = \delta(g) = \begin{cases} a_g - \min(a_g, b_g) & \text{dla wiersza } g, \\ b_g - \min(a_g, b_g) & \text{dla kolumny } g, \end{cases}$$

$$\mu_{\max}(g) = \begin{cases} a_g - \max(0, a_g + b_g - 1) & \text{dla wiersza } g, \\ b_g - \max(0, a_g + b_g - 1) & \text{dla kolumny } g, \end{cases}$$

$$\gamma_{\min}(g) = \eta_{\min}(g) = 0 \quad \text{dla wiersza i kolumny } g,$$

$$\gamma_{\max}(g) = \eta_{\max}(g) = \begin{cases} \gamma_g & \text{dla wiersza } g, \\ \gamma_{\cdot g} & \text{dla kolumny } g, \end{cases}$$

gdzie  $\gamma_g$  oraz  $\gamma_{\cdot g}$  oznaczają sumy brzegowe macierzy  $\Gamma_{\max}$ .

$$\tau_{\min}(g) = 0 \quad \text{dla wiersza i kolumny } g,$$

$$\tau_{\max}(g) = \begin{cases} \min(\gamma_g, \gamma^{k-2}) & \text{dla wiersza } g, \\ \min(\gamma_{\cdot g}, \gamma^{k-2}) & \text{dla kolumny } g, \end{cases}$$

$$\rho_{\min}(g) = 0 \quad \text{dla wiersza i kolumny } g,$$

$$\rho_{\max}(\mathfrak{g}) = \begin{cases} \max_{\lambda \in \Lambda} \delta_{\lambda(\mathfrak{g})} - \sigma(\mathfrak{g}) & \text{dla każdego wiersza } \mathfrak{g}, \\ \max_{\lambda \in \Lambda} \delta_{\cdot \lambda(\mathfrak{g})} - \sigma(\mathfrak{g}) & \text{dla kolumny } \mathfrak{g}, \end{cases}$$

gdzie  $\delta_{\lambda(\mathfrak{g})}$  oraz  $\delta_{\cdot \lambda(\mathfrak{g})}$  oznaczają odpowiednio sumy brzegowe macierzy  $\Delta_{\max}(\lambda)$ .

## 5. ANALIZA OBSERWOWANEJ RUCHLIWOŚCI

### 5.1. ROZMIARY RUCHLIWOŚCI DLA CAŁEJ TABLICY RUCHLIWOŚCI

W części tej zostanie przedstawiona metoda obliczania rozmiarów wyróżnionych rodzajów ruchliwości dla całej tablicy ruchliwości, a następnie będą rozważane problemy dekompozycji tej tablicy na tablice składowe reprezentujące poszczególne rodzaje ruchliwości.

Rozmiary dwóch rodzajów obserwowanej ruchliwości: immobilności i ruchliwości strukturalnej, można obliczyć bezpośrednio na podstawie tablicy ruchliwości P.

Rozmiar immobilności będziemy oznaczali przez i.

$$i = \sum_{g=1}^k p_{gg}.$$

Rozmiar ruchliwości strukturalnej będziemy oznaczali przez s. Jest on równy rozmiarowi potencjalnej ruchliwości strukturalnej  $\sigma$ .

$$s = \sigma = \frac{1}{2} \sum_{g=1}^k |a_g - b_g|.$$

W celu obliczenia rozmiaru ruchliwości cyklicznej, który będziemy oznaczali przez c, konieczne jest wyznaczenie macierzy maksymalnych przepływów przez cykle  $c = [c_{gh}]$  w sieci reprezentującej tablicę ruchliwości p.

$$c = \sum_{g=1}^k \sum_{h=1}^k c_{gh}.$$

Macierz c jest określona za pomocą następujących warunków:

$$(C.1) \quad 0 \leq c_{gh} \leq p_{gh} \quad \text{dla każdego } g \text{ oraz } h,$$

$$(C.2) \quad c_{gg} = 0 \quad \text{dla każdego } g,$$

$$(C.3) \quad \sum_{h=1}^k c_{gh} = \sum_{h=1}^k c_{hg} \quad \text{dla każdego } g,$$

$$(C.4) \quad \sum_{g=1}^k \sum_{h=1}^k c_{gh} \rightarrow \max.$$

Macierz C można wyznaczyć za pomocą metody sympleks. Istnieją standardowe programy realizujące metodę sympleks na maszynach cyfrowych. Dla

tablic ruchliwości o niewielkiej liczbie wyróżnionych kategorii społeczno-zawodowych niezbędne obliczenia można wykonać również bez wykorzystania maszyn cyfrowych.

W celu obliczenia rozmiaru ruchliwości wymiennej, który będziemy oznaczali przez  $e$ , konieczne jest wyznaczenie maksymalnej liczby cykli jednostkowych, na które można podzielić ruchliwość cykliczną.

Niech  $J_m(k)$  oznacza liczbę wszystkich możliwych cykli składających się z  $m$  łuków, które można utworzyć ze zbioru liczącego  $k$  węzłów. Oznaczmy przez  $f_{mj}(g, h)$  funkcję wskaźnikową dla  $j$ -tego cyklu składającego się z  $m$  łuków ( $j = 1, \dots, J_m(k)$ ). Funkcja ta przyjmuje wartość 1, gdy łuk łączący węzeł  $g$  z węzłem  $h$  należy do tego cyklu, oraz wartość 0, gdy nie należy do niego.

Niech  $q_{mj}$  oznacza stosunek liczby  $j$ -tych cykli jednostkowych składających się z  $m$  łuków, które można utworzyć z przepływów zaliczonych do ruchliwości cyklicznej, do ogólnej liczebności zbiorowości opisanej w tablicy ruchliwości.

Maksymalną względną liczbę cykli jednostkowych, na które można podzielić ruchliwość cykliczną, oznaczmy przez  $q$ .

$$q = \sum_{m=2}^k \sum_{j=1}^{J_m(k)} q_{mj}$$

Jest ona określona za pomocą następujących warunków:

$$(q.1) \quad q_{mj} \geq 0 \quad \text{dla każdego } m \text{ oraz } j,$$

$$(q.2) \quad \sum_{m=2}^k \sum_{j=1}^{J_m(k)} q_{mj} f_{mj}(g, h) \leq p_{gh} \quad \text{dla każdego } g \text{ oraz } h,$$

$$(q.3) \quad \sum_{m=2}^k \sum_{j=1}^{J_m(k)} \sum_{g=1}^k \sum_{h=1}^k q_{mj} f_{mj}(g, h) = c.$$

$$(q.4) \quad \sum_{m=2}^k \sum_{j=1}^{J_m(k)} q_{mj} \rightarrow \max.$$

Wartość  $q$  można obliczyć za pomocą metody sympleks. Zastosowanie podanego algorytmu, zwłaszcza dla tablic ruchliwości o dużych wymiarach, jest bardzo pracochłonne i kosztowne. Istnieją jednak bardziej efektywne metody wyznaczania wartości  $q$ . Ich opis, ze względu na objętość artykułu, pominiemy.

Rozmiar ruchliwości wymiennej można obliczyć w następujący sposób:

$$e = 2q.$$

Warto zwrócić uwagę na różnicę między określeniem ruchliwości wymiennej proponowanym w tym artykule a określeniem czystej ruchliwości wymiennej podanym przez G. Perssona (1974, 1976, 1977). Rozmiar czystej ruchliwości wymiennej określa G. Persson jako maksymalną liczbę jednostkowych cykli bezpośrednich, które można utworzyć na podstawie tablicy ruchliwości. Rozmiar czystej ruchliwości wymiennej Perssona może być większy, równy lub mniejszy od rozmiaru ruchliwości wymiennej. Pierwszą sytuację ilustruje

przykład tablicy ruchliwości, dla której częstości (w promilach) są następujące:  $p_{12} = p_{21} = p_{23} = p_{34} = p_{45} = p_{56} = p_{65} = p_{61} = 125$  oraz 0 dla pozostałych wartości  $p_{gh}$ . Rozmiary ruchliwości (w promilach dla tej tablicy są następujące:  $c = 750$ ,  $e = 250$ , natomiast rozmiar czystej ruchliwości wymiennej Perssona – 500. Przykładem sytuacji, w której rozmiar czystej ruchliwości wymiennej Perssona jest mniejszy od rozmiaru ruchliwości wymiennej może być znana tablica ruchliwości o wymiarach  $5 \times 5$  dla Wielkiej Brytanii 1949 podana przez D.V. Glassa (1954)<sup>4</sup>. Na ogół jednak rozmiar czystej ruchliwości wymiennej Perssona różni się bardzo niewiele od rozmiaru ruchliwości wymiennej.

Rozmiar ruchliwości krok za krokiem związanej z wymianą pozycji, który będziemy oznaczali przez  $t$ , jest równy:

$$t = c - e$$

W celu obliczenia rozmiaru ruchliwości krok za krokiem związanej ze zmianą struktury, który będziemy oznaczali przez  $r$ , konieczne jest wyznaczenie macierzy minimalnych przepływów przez drogi  $D = [d_{gh}]$  w sieci reprezentującej tablicę ruchliwości  $P$ . Suma elementów tej macierzy, którą będziemy oznaczali przez  $d$ , określa rozmiar ruchliwości drogowej. Jest ona równa sumie dwóch rodzajów ruchliwości: ruchliwości strukturalnej i ruchliwości krok za krokiem związanej ze zmianą struktury.

$$s + r = d = \sum_{g=1}^k \sum_{h=1}^k d_{gh}$$

Macierz  $D$  jest określona za pomocą następujących warunków:

$$(D.1) \quad 0 \leq d_{gh} \leq p_{gh} \quad \text{dla każdego } g \text{ oraz } h,$$

$$(D.2) \quad d_{gg} = 0 \quad \text{dla każdego } g,$$

$$(D.3) \quad \sum_{h=1}^k d_{gh} - \sum_{h=1}^k d_{hg} = a_g - b_g \quad \text{dla każdego } g,$$

$$(D.4) \quad \sum_{g=1}^k \sum_{h=1}^k d_{gh} \rightarrow \min.$$

Macierz  $D$ , podobnie jak macierz  $C$ , można wyznaczyć za pomocą metody sympleks.

Rozmiar ruchliwości krok za krokiem związanej ze zmianą struktury jest równy:

$$r = d - s.$$

Rozmiary wyróżnionych rodzajów ruchliwości muszą spełniać oczywiste warunki:

$$\begin{aligned} i + c + d &= 1, \\ i + e + t + r + s &= 1. \end{aligned}$$

<sup>4</sup> Dla tej tablicy ruchliwości rozmiary rozważanych rodzajów ruchliwości (w promilach) są następujące:  $c = 528$ ,  $e = 515$ , natomiast rozmiar czystej ruchliwości wymiennej Perssona – 513.

Dla określenia ich wielkości nie jest więc konieczne równoczesne wyznaczenie obu macierzy C i D.

Przedstawiona wyżej metoda wyznaczania macierzy C i D została podana przez T. Krauze i K.M. Słomczyńskiego (1983). Niewątpliwą zasługą tych autorów było wykazanie, że ruchliwość wymienna i ruchliwość strukturalna (w przyjętych przez nich znaczeniach) mogą być określone niezależnie i żadna z nich nie musi być traktowana jako uzupełnienie drugiej do ruchliwości całkowitej.

Proponowana w tym artykule modyfikacja polega na interpretacji macierzy C i D w kategoriach przepływów w sieci (tj. jako macierzy reprezentujących maksymalne przepływy przez cykle i minimalne przepływy przez drogi) oraz na wyodrębnieniu kilku, ważnych socjologicznie, rodzajów ruchliwości społeczno-zawodowej. Ponadto, w następnym paragrafie tej części zostanie zwrócona uwaga na możliwą niejednoznaczność dekompozycji tablicy ruchliwości i zostanie przedstawiona metoda obliczania minimalnych i maksymalnych rozmiarów wyróżnionych rodzajów ruchliwości dla poszczególnych wierszy, kolumn i pól tablicy ruchliwości.

## 5.2. DEKOMPOZYCJA TABLICY RUCHLIWOŚCI

Problem dekompozycji tablicy ruchliwości na kilka tablic reprezentujących wyróżnione rodzaje ruchliwości był już omawiany w części 3. Przedstawiona w nim dekompozycja tablicy ruchliwości o wymiarach  $3 \times 3$  była jednoznaczna. Nie musi tak być zawsze. Dla tablic ruchliwości o większych wymiarach na ogół istnieje wiele macierzy C i D, które spełniają określone wyżej warunki.

Tabela 15 przedstawia tablicę międzypokoleniowej ruchliwości o wymiarach  $5 \times 5$  uzyskaną w badaniach przeprowadzonych w 1972 r. pod kierunkiem M. Pohoskiego. Rozmiary wyróżnionych rodzajów obserwowanej ruchliwości (w promilach) dla tej tablicy są następujące:

$$\begin{array}{llll} i = 365, & c = 155, & e = 144, & t = 11, \\ d = 480, & r = 100, & s = 380. & \end{array}$$

Rozmiary obserwowanej immobilności dla poszczególnych wierszy, kolumn i pól tablicy ruchliwości są określone jednoznacznie, gdyż jednoznacznie jest określona cała macierz I reprezentująca immobilność (por. część 3).

Rozmiary obserwowanej ruchliwości strukturalnej dla poszczególnych wierszy i kolumn tablicy ruchliwości są określone jednoznacznie. Są one równe odpowiednim rozmiarom potencjalnej ruchliwości strukturalnej (por. część 4). Niejednoznacznie, z wyjątkiem szczególnego przypadku, który był rozważany w części 4, są określone rozmiary obserwowanej ruchliwości strukturalnej dla poszczególnych pól tablicy ruchliwości.

Macierz C reprezentująca ruchliwość cykliczną, dla tablicy ruchliwości opisanej w tabeli 15 jest określona niejednoznacznie. Można jednak obliczyć –

Tabela 15. Tablica międzypokoleniowej ruchliwości społeczno-zawodowej (w promilach)\*

Kategoria społeczno-zawodowa ojca	Kategoria społeczno-zawodowa syna					Razem
	1	2	3	4	5	
1	37	3	21	2	1	64
2	11	1	8	1	0	21
3	64	8	164	24	7	267
4	20	2	81	16	5	124
5	67	13	232	65	147	524
Razem	199	27	506	108	160	1000

\*Kategorie społeczno-zawodowe: 1 – wyspecjalizowani pracownicy umysłowi, 2 – pozostali pracownicy umysłowi, 3 – wykwalifikowani pracownicy fizyczni, 4 – niewykwalifikowani pracownicy fizyczni, 5 – rolnicy. Kategoria społeczno-zawodowa syna w 1972 r., natomiast ojca – w roku, w którym syn ukończył 14 lat.

Źródło: jak w tabeli 2.

za pomocą metody sympleks – minimalne i maksymalne rozmiary ruchliwości cyklicznej dla poszczególnych wierszy, kolumn i pól.

Minimalny i maksymalny rozmiar ruchliwości cyklicznej dla wiersza lub kolumny  $g$  otrzymujemy, wyznaczając macierz  $C$  spełniającą następujące warunki:

$$(C.1), (C.2), (C.3) \quad (\text{por. 5.1.})$$

$$\text{oraz (C.5)} \quad \sum_{g=1}^k \sum_{h=1}^k c_{gh} = c$$

$$(C.6) \quad \sum_{h=1}^k c_{gh} \rightarrow \min \quad \text{lub} \quad \sum_{h=1}^k c_{gh} \rightarrow \max.$$

Minimalny i maksymalny rozmiar ruchliwości cyklicznej dla pola  $(g, h)$  otrzymujemy, wyznaczając macierz  $C$  spełniającą następujące warunki:

$$(C.1), (C.2), (C.3), (C.5) \quad \text{oraz}$$

$$(C.7) \quad c_{gh} \rightarrow \min \quad \text{lub} \quad c_{gh} \rightarrow \max.$$

Wartości te zostały podane w tabeli 16.

Podział ruchliwości cyklicznej na ruchliwość wymienną i ruchliwość krok za krokiem związaną z wymianą pozycji wymaga przyjęcia założenia o hierarchicznym uporządkowaniu kategorii społeczno-zawodowych (patrz część 3). Bez tego założenia możliwe jest jedynie określenie rozmiaru ruchliwości wymiennej bezpośredniej. Macierz reprezentującą ten rodzaj ruchliwości  $E_b = [e_{b_{gh}}]$  można wyznaczyć na podstawie macierzy  $C$  w następujący sposób:  $e_{b_{gh}} = \min(c_{gh}, c_{hg})$ .

W przypadku, gdy istnieje wiele alternatywnych macierzy  $C$ , rozmiary ruchli-



T a b e l a 16. Minimalne i maksymalne rozmiary ruchliwości cyklicznej (dla tab. 15)

Kategoria społeczno-zawodowa ojca	Wartość	Kategoria społeczno-zawodowa syna					Razem
		1	2	3	4	5	
1	min	0	3	21	2	1	27
	max	0	3	21	2	1	27
2	min	2	0	8	1	0	11
	max	4	0	8	1	0	13
3	min	23	8	0	24	7	62
	max	25	8	0	24	7	64
4	min	0	0	33	0	5	40
	max	0	2	35	0	5	40
5	min	0	0	0	13	0	13
	max	0	0	0	13	0	13
Razem	min	27	11	62	40	13	155
	max	27	13	64	40	13	155

wości wymiennej bezpośredniej, zarówno dla całej tablicy ruchliwości, jak i dla poszczególnych wierszy, kolumn i pól, mogą być określone jedynie w postaci przedziałów.

W celu obliczenia minimalnych i maksymalnych rozmiarów ruchliwości krok za krokiem związanej ze zmianą struktury konieczne jest wyznaczenie minimalnych i maksymalnych wartości dla poszczególnych wierszy, kolumn i pól macierzy  $D$  reprezentującej ruchliwość drogową.

Minimalną i maksymalną wartość w wierszu  $g$  macierzy  $D$  otrzymujemy, wyznaczając macierz  $D$ , która spełnia następujące warunki:

$$(D.1), (D.2), (D.3) \quad (\text{por. 5.1})$$

oraz

$$(D.5) \quad \sum_{g=1}^k \sum_{h=1}^k d_{gh} = d,$$

$$(D.6) \quad \sum_{h=1}^k d_{gh} \rightarrow \min \quad \text{lub} \quad \sum_{h=1}^k d_{gh} \rightarrow \max.$$

Minimalną i maksymalną wartość w kolumnie  $g$  macierzy  $D$  otrzymujemy, wyznaczając macierz  $D$ , która spełnia następujące warunki:

$$(D.1), (D.2), (D.3), (D.5) \quad \text{oraz}$$

$$(D.7) \quad \sum_{h=1}^k d_{hg} \rightarrow \min \quad \text{lub} \quad \sum_{h=1}^k d_{hg} \rightarrow \max.$$

Minimalną i maksymalną wartość w polu  $(g, h)$  macierzy  $D$  otrzymujemy, wyznaczając macierz  $D$ , która spełnia następujące warunki:

(D.1), (D.2), (D.3), (D.5) oraz

(D.8)  $d_{gh} \rightarrow \min$  lub  $d_{gh} \rightarrow \max$ .

Minimalne i maksymalne wartości dla poszczególnych wierszy, kolumn i pól macierzy D można również obliczyć na podstawie opisanej w części 3 nierówności:

$$p = I + C + D,$$

wykorzystując ustalone poprzednio minimalne i maksymalne rozmiary ruchliwości cyklicznej:

$$\min d_{g.} = a_g - i_{gg} - \max c_{g.}$$

$$\max d_{g.} = a_g - i_{gg} - \min c_{g.}$$

$$\min d_{.g} = b_g - i_{gg} - \max c_{.g}$$

$$\max d_{.g} = b_g - i_{gg} - \min c_{.g}$$

$$\min d_{gh} = \begin{cases} p_{gh} - \max c_{gh} & \text{gdy } g \neq h \\ 0 & \text{gdy } g = h \end{cases}$$

$$\max d_{gh} = \begin{cases} p_{gh} - \min c_{gh} & \text{gdy } g \neq h \\ 0 & \text{gdy } g = h \end{cases}$$

Wartości te zostały podane w tabeli 17.

Tabela 17. Minimalne i maksymalne rozmiary ruchliwości drogowej, ruchliwości krok za krokiem związanej ze zmianą struktury i ruchliwości strukturalnej (dla tab. 15)

Kategoria społeczno-zawodowa ojca	Wartość	Kategoria społeczno-zawodowa syna					Razem	$r_g$	s(g)
		1	2	3	4	5			
1	min	0	0	0	0	0	0	0	0
	max	0	0	0	0	0	0	0	
2	min	7	0	0	0	0	7	7	0
	max	9	0	0	0	0	9	9	
3	min	39	0	0	0	0	39	39	0
	max	41	0	0	0	0	41	41	
4	min	20	0	46	0	0	68	52	16
	max	20	2	48	0	0	68	52	
5	min	67	13	232	52	0	364	0	364
	max	67	13	232	52	0	364	0	
Razem	min	135	13	278	52	0	480	100	380
	max	135	15	280	52	0	480	100	
$r_g$	min	0	7	39	52	0	100		
	max	0	9	41	52	0			
s(g)		135	6	239	0	0	380		

Minimalny i maksymalny rozmiar ruchliwości krok za krokiem związanej ze zmianą struktury można obliczyć w następujący sposób:

- dla wiersza  $g$ 

$$\min r_{g.} = \min d_{g.} - s(g),$$

$$\max r_{g.} = \max d_{g.} - s(g),$$
- dla kolumny  $g$ 

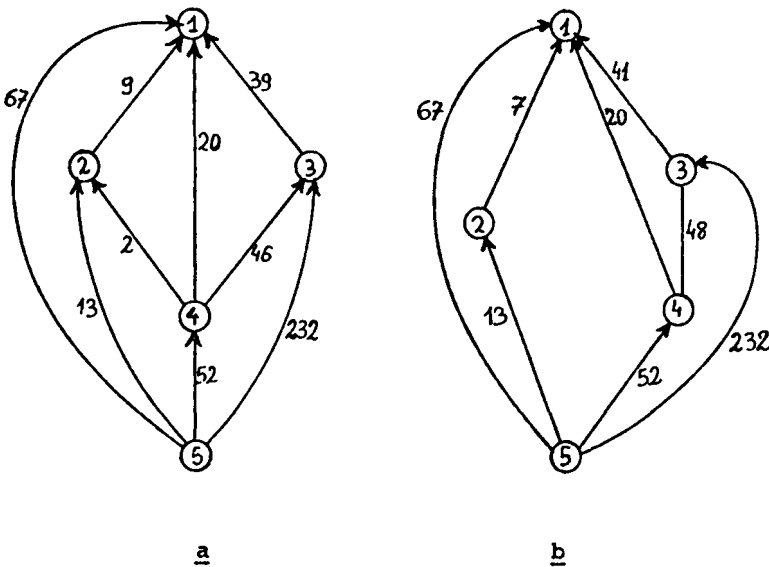
$$\min r_{.g} = \min d_{.g} - s(g),$$

$$\max r_{.g} = \max d_{.g} - s(g),$$

gdzie  $s(g)$  oznacza rozmiar ruchliwości strukturalnej odpowiednio dla wiersza lub kolumny  $g$ .

Ustalenie rozmiarów ruchliwości krok za krokiem związanej ze zmianą struktury dla poszczególnych pól ( $g, h$ ) tablicy ruchliwości, ze względów przedstawionych wyżej, nie zawsze jest możliwe.

Na zakończenie warto przedstawić, zapowiadany w części 3, przykład częściowego uporządkowania zbioru kategorii społeczno-zawodowych na podstawie przepływów określonych wzdłuż dróg.



Rys. 7. Sieci jednorodne składające się wyłącznie z dróg (dla tab. 15 i 17)

Rysunek 7 przedstawia przepływy w sieciach jednorodnych składających się wyłącznie z dróg dla dwóch alternatywnych dekompozycji tablicy ruchliwości opisanej w tabeli 15. Obie sieci można rozłożyć na sieci elementarne na wiele sposobów. Relacje między kategoriami społeczno-zawodowymi ustalone na podstawie przepływów określonych wzdłuż dróg w obu przypadkach nie są spójne. W wariancie (a) nie jest określona relacja między kategoriami społeczno-zawodowymi 2 a 3, natomiast w wariancie (b) – między kategoriami 2 a 3 i 4.

Problem ustalenia częściowego uporządkowania zbioru kategorii społeczno-zawodowych na podstawie przepływów w sieci reprezentującej tablicę ruchliwości wymaga jeszcze dokładniejszego zbadania.

## 6. SZCZEGÓŁOWOŚĆ KLASYFIKACJI A ROZMIARY RUCHLIWOŚCI

Wyniki analizy tablic ruchliwości zależą m.in. od zastosowanego podziału na kategorie społeczno-zawodowe oraz od szczegółowości tej klasyfikacji. Pierwszy z tych czynników ma przede wszystkim charakter merytoryczny, natomiast drugi – ma dodatkowe konsekwencje dla rozmiarów ruchliwości. W części tej rozważymy zależność rozmiarów wyróżnionych rodzajów ruchliwości od stopnia szczegółowości klasyfikacji. Ilustrację tych rozważań będzie stanowiła analiza zbioru tablic ruchliwości, które otrzymano w wyniku stopniowego łączenia kategorii społeczno-zawodowych wyróżnionych w pewnej pierwotnej, najbardziej szczegółowej tablicy ruchliwości. W tablicy tej zastosowano podział na 12 kategorii społeczno-zawodowych. W wyniku grupowania otrzymano z niej trzy tablice ruchliwości o wymiarach:  $9 \times 9$ ,  $5 \times 5$  i  $3 \times 3$ . Dwie ostatnie tablice były już analizowane w poprzednich częściach.

Rozmiar immobilności maleje wraz ze zwiększaniem szczegółowości klasyfikacji. Tempo tych zmian zależy od rozmiaru ruchliwości wewnątrz wyróżnionych kategorii społeczno-zawodowych (por. N.J. Smelser, S.M. Lipset, 1966).

Rozmiar ruchliwości strukturalnej nie może się zmniejszać przy zwiększaniu szczegółowości klasyfikacji. Ze wzrostem ruchliwości strukturalnej mamy do czynienia w sytuacji, gdy wśród kategorii społeczno-zawodowych, które powstały w wyniku podziału pewnej, szerszej kategorii społeczno-zawodowej, niektóre pełnią funkcję źródła, a inne – funkcję ujścia.

Rozmiary pozostałych rodzajów ruchliwości na ogół rosną wraz ze zwiększaniem szczegółowości klasyfikacji. Mogą one jednak również zmniejszać się. Dzieje się tak wówczas, gdy rozmiar ruchliwości strukturalnej zwiększa się, natomiast rozmiar immobilności nie zmienia się lub zmniejsza się stosunkowo nieznacznie. Reguły opisujące te zależności są dość złożone.

Z przeprowadzonych analiz, nie prezentowanych w tym artykule, wynika, że zmniejszanie się rozmiarów pozostałych rodzajów ruchliwości występuje częściej dla tablic ruchliwości wewnątrzpokoleniowej. Dla tych tablic charakterystyczne są większe i wolniej zmieniające się rozmiary immobilności oraz mniejsze, lecz stosunkowo szybciej rosnące rozmiary ruchliwości strukturalnej.

Dla porównania ruchliwości w tablicach o różnym stopniu szczegółowości, a także w tablicach dla różnych zbiorowości, dogodniej jest posługiwać się względnymi miarami ruchliwości niż bezwzględnymi rozmiarami obserwowanej ruchliwości. Względne miary ruchliwości są stosunkami rozmiarów obserwowanej ruchliwości do potencjalnych rozmiarów danego rodzaju ruchliwości.

Względne miary ruchliwości określone dla całej tablicy ruchliwości są następujące:

– dla immobilności

$$M_I = \frac{i - v_{\min}}{v_{\max} - v_{\min}},$$

– dla ruchliwości cyklicznej

$$M_C = \frac{c}{\gamma_{\max}},$$

– dla ruchliwości wymiennej

$$M_C = \frac{e}{\eta_{\max}},$$

– dla ruchliwości krok za krokiem związanej z wymianą pozycji

$$M_T = \frac{t}{\tau_{\max}},$$

– dla ruchliwości krok za krokiem związanej ze zmianą struktury

$$M_R = \frac{r}{\rho_{\max}}.$$

Dla ruchliwości strukturalnej konstruowanie miary względnej nie jest celowe. Rozmiary obserwowanej i potencjalnej ruchliwości strukturalnej są bowiem, jak wiadomo, zawsze równe.

Wszystkie określone wyżej względne miary ruchliwości przyjmują, niezależnie od rozkładów brzegowych, wartości z przedziału  $[0,1]$ . Względna miara ruchliwości krok za krokiem związanej ze zmianą struktury ma wartość nieokreśloną w sytuacji, gdy rozkłady brzegowe są identyczne. Wówczas bowiem  $r = \rho_{\max} = 0$ . Może się tak zdarzyć również w przypadku pozostałych rodzajów ruchliwości, lecz jedynie w wyjątkowych sytuacjach (por. część 7).

Względne miary ruchliwości nie zmieniają swoich wartości przy zmianie uporządkowania kategorii społeczno-zawodowych. Przy ich obliczaniu kategorie społeczno-zawodowe są traktowane jako jednostki równorzędne, różniące się jedynie wielkością. Taki sposób „standaryzacji” nie spełnia jednak wszystkich oczekiwań badaczy ruchliwości społecznej.

Względna miara immobilności jest tożsama ze wskaźnikiem immobilności proponowanym przez R. Boudona (1973). Względna miara ruchliwości wymiennej różni się jednak od wskaźnika ruchliwości wymiennej tego autora. Różnica ta wynika przede wszystkim z faktu, że R. Boudon zaliczał do ruchliwości wymiennej również ruchliwość krok za krokiem. Miara ta różni się także od wskaźnika czystej ruchliwości wymiennej proponowanego przez G. Perssona (1977).

Względne miary ruchliwości dla poszczególnych wierszy lub kolumn tablicy ruchliwości można skonstruować w sposób analogiczny. Nie będziemy ich tutaj podawali.

Tabela 18. Zmiany rozmiarów ruchliwości (w promilach) przy zwiększaniu stopnia szczegółowości klasyfikacji

Rodzaj ruchliwości		Oznaczenie	Tablica ruchliwości			
			3 × 3	5 × 5	9 × 9	12 × 12
Immobilność	obserwowana	$i$	484	365	282	243
	potencjalna	$v_{\min}$	5	0	0	0
		$v_{\max}$	636	620	592	592
względna	$M_I$	759	589	476	410	
Ruchliwość strukturalna	obserwowana i potencjalna	$s = \sigma$	364	380	408	408
Ruchliwość krok za krokiem związana ze zmianą struktury	obserwowana	$r$	61	100	117	128
	potencjalna	$\rho_{\max}$	141	270	377	428
	względna	$M_R$	433	370	310	299
Ruchliwość krok za krokiem związana z wymianą pozycji	obserwowana	$t$	1	11	21	36
	potencjalna	$\tau_{\max}$	85	193	273	291
	względna	$M_T$	12	57	77	124
Ruchliwość wymienna	obserwowana	$e$	90	144	173	185
	potencjalna	$\eta_{\max}$	490	620	592	592
	względna	$M_E$	184	232	292	313

Zmiany rozmiarów obserwowanej i potencjalnej ruchliwości oraz względnych miar ruchliwości przy zwiększaniu stopnia szczegółowości klasyfikacji, dla rozważanego zestawu tablic ruchliwości, przedstawia tabela 18. Warto zwrócić uwagę na to, że kierunki zmian tych trzech charakterystyk danego rodzaju ruchliwości nie muszą być takie same.

## 7. PROBLEM OTWARTOŚCI STRUKTURY SPOŁECZNEJ

Postulat otwartości struktury społecznej stanowi element większości współczesnych systemów ideologicznych. Jest on również formułowany jako istotny cel polityki społecznej w wielu krajach. W części tej skoncentrujemy uwagę na kryteriach oceny otwartości struktury społecznej. Kryteria te, najogólniej mówiąc, charakteryzują dostęp jednostek do grup lub kategorii społeczno-zawodowych, a ocena otwartości struktury społecznej jest dokonywana na podstawie analizy tablic ruchliwości. Wykażemy, że stosowanie różnych kryteriów może prowadzić do odmiennych, czasami nawet sprzecznych, wniosków. Odwołując się do teorii przepływów w sieciach wykażemy również, że ocena otwartości struktury społecznej nie może ograniczać się do informacji zawartych w tablicach ruchliwości. Pominiemy natomiast analizę powiązań między ru-

chami i ideologiami społecznymi a ruchliwością społeczną, których syntetyczny przegląd przedstawili J.H. Goldthorpe i in. (1980).

W literaturze poświęconej analizie ruchliwości społeczno-zawodowej proponuje się kilka kryteriów oceny otwartości struktury społecznej.

Pierwszym z nich jest rozmiar ruchliwości całkowitej. Według tego kryterium otwartość struktury społecznej jest tym większa, im większy jest rozmiar ruchliwości całkowitej (por. R. Erikson, 1975).

Drugim kryterium jest rozmiar ruchliwości wymiennej. Chociaż różni autorzy w odmienny sposób określali ruchliwość wymienną i stosowali odmienne metody do oceny rozmiaru tej ruchliwości, to kryterium to było formułowane w podobny sposób. Zgodnie z tym kryterium, podobnie jak w przypadku pierwszego kryterium, otwartość struktury społecznej jest tym większa, im większy jest rozmiar ruchliwości wymiennej (por. J.A. Kahl, 1957; J. Matras, 1961; R. Boudon, 1973; G. Persson, 1974, 1976, 1977; L.E. Hazelrigg, 1974; J. McClendon, 1980). Różnica w porównaniu z poprzednim kryterium polega na nie uwzględnianiu w ocenie otwartości struktury społecznej tej części ruchliwości, która jest wymuszona przez zmiany struktury społecznej.

Trzecie kryterium jest związane z postulatem dostępu do najwyższych pozycji społeczno-zawodowych, bez względu na pochodzenie społeczne. Postulat ten nie był formułowany jako kryterium formalne. Można jednak wyrazić go, wykorzystując proponowany w tym artykule nowy rodzaj ruchliwości. Zgodnie z tym kryterium otwartość struktury społecznej jest tym większa, im mniejszy jest rozmiar ruchliwości krok za krokiem.

Podstawą oceny otwartości struktury społecznej wg tych trzech kryteriów nie powinien być rozmiar obserwowanej ruchliwości danego rodzaju, jak się niekiedy czyni, lecz raczej wartość względnej miary ruchliwości.

Czwarte kryterium jest wyraźnie odmienne od poprzednich. Według tego kryterium otwartość struktury społecznej jest tym większa, im bardziej zbliżone są szanse zajmowania poszczególnych pozycji społeczno-zawodowych (określane na podstawie tablicy ruchliwości) dla osób o różnym pochodzeniu społecznym. Modelem idealnym w sensie tego kryterium jest model równych szans, tzn. model niezależności osiągniętej pozycji społeczno-zawodowej od pochodzenia społecznego. W modelu tym łączny rozkład kategorii społeczno-zawodowych ojców i synów jest iloczynem rozkładów brzegowych.

Kryterium równych szans jest obecnie stosowane przez większość badaczy ruchliwości społeczno-zawodowej. Opracowano szereg miar dopasowania zaobserwowanej tablicy ruchliwości do modelu równych szans. Najprostszymi miarami są wskaźniki Glassa–Rogoff porównujące bezpośrednio zaobserwowane częstości (liczebności) w poszczególnych polach tablicy ruchliwości z częstościami (liczebnościami) oczekiwanymi przy spełnieniu modelu równych szans (D.V. Glass, 1954; N. Rogoff, 1953; por. również J. Bibby, 1975; Z. Sawiński, 1981). Wskaźniki te były wielokrotnie krytykowane za to, że abstrahują od ruchliwości wymuszonej przez zmiany struktury społecznej i istotnie zależą od rozkładów brzegowych (por. np. W.Z. Billewicz, 1955;

A. Tyree, 1973). Modyfikację i uogólnienie wskaźnika Glass – Rogoff stanowi wskaźnik Yasudy (1964), który uwzględnia różnice w rozkładach brzegowych, oraz zbliżone do niego wskaźniki skonstruowane wcześniej, dla innych celów, przez Beniniego (por. F.L. Jones, 1975, 1984). Opracowano również złożone modele modyfikujące prosty model równych szans. Modele te uwzględniają różnice lub zmiany w strukturze społeczno-zawodowej pokolenia synów w stosunku do pokolenia ojców. Są to: model Hausera (R.M. Hauser, 1978, por. również D.L. Featherman, R.M. Hauser, 1978; G. Lissowski, 1980; M. Pohoski, 1983) oraz modele Hope'a (1982). Wskaźniki ruchliwości Hausera, oparte na multiplikatywnej wersji modelu logarytmiczno-liniowego, są miarami otwartości struktury społecznej najczęściej stosowanymi obecnie przez badaczy ruchliwości społeczno-zawodowej.

Aby uniknąć dyskusji o własnościach różnych miar otwartości struktury społecznej opartych na prostym modelu równych szans bądź też na jego modyfikacjach, będziemy porównywali wymienione wcześniej kryteria bezpośrednio z dokładnie spełnionym modelem równych szans.

Rozpocznijmy od analizy prostego modelu równych szans dla czteropolowej tablicy ruchliwości. Model ten przedstawia tabela 19. Analiza tego modelu jest łatwa, gdyż cała tablica ruchliwości, a w konsekwencji również wszystkie miary ruchliwości, zależą jedynie od wartości dwóch parametrów (oznaczonych w tabeli 19 literami a i b). Ponadto, ze względu na wyróżnienie tylko dwóch kategorii społeczno-zawodowych, ruchliwość krok za krokiem nie może występować.

Tabela 19. Model równych szans dla czteropolowej tablicy ruchliwości

Kategoria społeczno-zawodowa ojca	Kategoria społeczno-zawodowa syna		Razem
	1	2	
1	ab	a(1 - b)	a
2	(1 - a)b	(1 - a)(1 - b)	1 - a
Razem	b	1 - b	1

Rozmiary obserwowanej oraz potencjalnej ruchliwości dla rozważanego przykładu są następujące:

$$i = 2ab - a - b + 1,$$

$$s = \sigma = \mu_{\min} = |a - b|,$$

$$c = e = 2 \min [a(1 - b), (1 - a)b],$$

$$r = \rho_{\max} = 0,$$

$$t = \tau_{\max} = 0,$$

$$v_{\min} = |a + b - 1|,$$



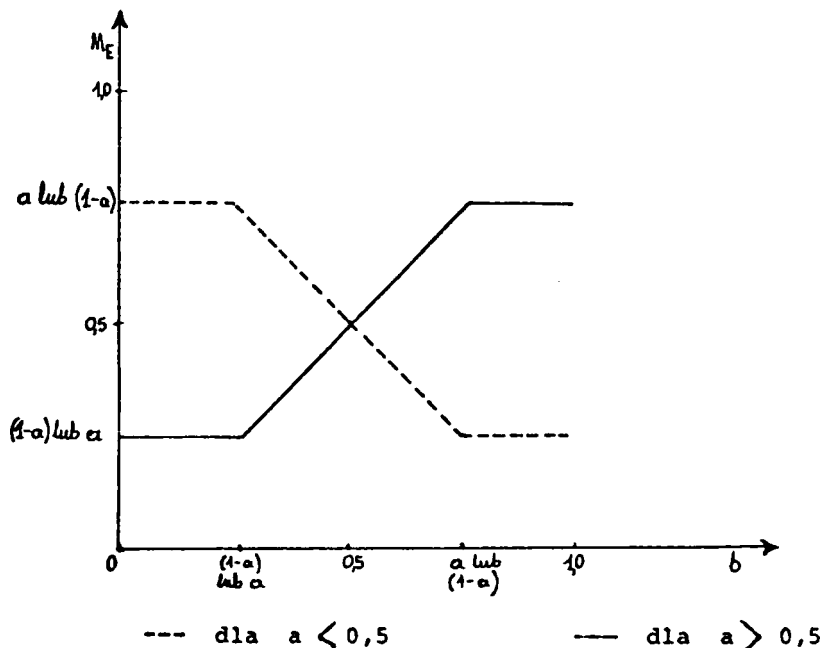
$$v_{\max} = 1 - |a - b|,$$

$$\mu_{\max} = 1 - |a + b - 1|,$$

$$\gamma_{\max} = \eta_{\max} = 1 - |a - b| - |a + b - 1|.$$

Względna miara ruchliwości wymiennej również jest funkcją jedynie dwóch parametrów:  $a$  i  $b$ . Schematyczne wykresy tej funkcji przedstawia rys. 8.

Łatwo można zauważyć, że wartość bezwzględnej różnicy między względną miarą ruchliwości wymiennej a 0,5 jest zawsze równa mniejszej z dwóch bezwzględnych różnic między parametrami  $a$  i  $b$  oraz wartością 0,5.



Rys. 8. Schematyczne wykresy względnej miary ruchliwości wymiennej jako funkcji wartości  $a$  i  $b$

$$|M_E - 0,5| = \min[|a - 0,5|, |b - 0,5|]$$

Zakres wartości tej miary jest więc w tym przypadku bardzo ograniczony i zdeterminowany przez rozkłady brzegowe. Jak pamiętamy, rozmiar obserwowanej ruchliwości wymiennej zawsze może osiągać, bez względu na rozkłady brzegowe, wartość równą maksymalnemu rozmiarowi potencjalnej ruchliwości wymiennej, natomiast względna miara ruchliwości wymiennej — wartość 1.

Ograniczenie to pokazuje niezgodność między dwoma kryteriami oceny otwartości struktury społecznej: równością szans i maksymalizacją ruchliwości wymiennej.

Również rozmiar całkowitej ruchliwości jest ograniczony przez warunek równych szans. Warunek ten wymusza bowiem występowanie pewnego rozmiaru immobilności, znacznie większego od rozmiaru immobilności wymuszonej przez rozkłady brzegowe (tj.  $v_{\min}$ ).

Przedstawimy to od razu w ogólnym przypadku dla tablicy ruchliwości o wymiarach  $k \times k$ . Rozmiar immobilności wymuszonej przez warunek równych szans równa się

$$i = \sum_{g=1}^k p_{gg} = \sum_{g=1}^k a_g b_g = \frac{1}{2} \left[ \sum_{g=1}^k a_g^2 + \sum_{g=1}^k b_g^2 - \sum_{g=1}^k (a_g - b_g)^2 \right]$$

Jak widać, zależy on od rozkładów brzegowych oraz od różnicy między nimi. Będzie on tym większy, im mniejsza będzie różnica między rozkładami brzegowymi, a dla identycznych rozkładów brzegowych – im bardziej będą się one różniły od rozkładu równomiernego.

Zbadajmy jeszcze jedną tablicę ruchliwości, która spełnia dokładnie warunek równych szans. Przedstawia ją tabela 20.

T a b e l a 20. Tablica ruchliwości spełniająca warunek równych szans (w promilach)

Kategoria społeczno-zawodowa ojca	Kategoria społeczno-zawodowa syna			Razem
	1	2	3	
1	0	0	0	0
2	240	160	0	400
3	360	240	0	600
Razem	600	400	0	1000

Rozmiary ruchliwości (w promilach) dla tej ulicy są następujące:

$$i = 160, \quad c = e = t = 0, \quad r = 240, \quad s = \sigma = \mu_{\min} = 600, \quad v_{\min} = 0, \quad \mu_{\max} = 1000, \\ \gamma_{\max} = \eta_{\max} = \tau_{\max} = 0, \quad v_{\max} = 400, \quad \rho_{\max} = 400.$$

Warto zwrócić uwagę na kilka własności tej tablicy. Po pierwsze, rozmiar obserwowanej ruchliwości całkowitej jest mniejszy od maksymalnego rozmiaru potencjalnej ruchliwości całkowitej. Ilustruje to sformułowaną wyżej tezę o niezgodności między dwoma kryteriami oceny otwartości struktury społecznej: równością szans i maksymalizacją całkowitej ruchliwości. Po drugie, rozmiary obserwowanej i maksymalnej potencjalnej ruchliwości wymiennej są równe zero. Ilustruje to, jeszcze dobitniej niż rozważany poprzednio przykład czteropolowej tablicy ruchliwości, konflikt między kryterium równych szans a kryterium maksymalizacji ruchliwości wymiennej. Po trzecie, cała obserwowana ruchliwość jest sumą dwóch rodzajów ruchliwości: ruchliwości strukturalnej i ruchliwości krok za krokiem związanej ze zmianą struktury. Warunek równych szans jest więc w tym przypadku spełniony jedynie dzięki występowaniu ograniczeń strukturalnych. Rozmiar obserwowanej ruchliwości krok za krokiem związanej ze zmianą struktury oraz względna miara tej ruchliwości są bardzo duże. Ilustruje to konflikt między kryterium równych szans a kryterium minimalizacji ruchliwości krok za krokiem.

Rozważana tablica ruchliwości, oprócz sprzeczności między kryterium

równych szans a pozostałymi kryteriami oceny otwartości struktury społecznej, ilustruje również sprzeczności między kryterium opartym na ruchliwości całkowitej a kryteriami opartymi na ruchliwości wymiennej i ruchliwości krok za krokiem.

Wykazane wyżej sprzeczności między stosowanymi kryteriami ujawniły trudności dokonywania ocen otwartości struktury społecznej na podstawie analizy tablic ruchliwości. Możliwe są dwa rozwiązania tego problemu. Pierwsze polega na wyborze jednego z omówionych wyżej kryteriów, z pełną świadomością konsekwencji do których prowadzi jego stosowanie, bądź też na opracowaniu bardziej złożonego kryterium uwzględniającego różne aspekty otwartości struktury społecznej. Drugie – polega na wykorzystaniu do oceny otwartości struktury społecznej pełniejszej wiedzy o procesie osiągania pozycji społeczno-zawodowych. Rozwiązanie drugie wydaje się rozwiązaniem trafniejszym.

Proponowane w tym artykule nowe podejście do analizy ruchliwości, polegające na traktowaniu ruchliwości społeczno-zawodowej jako przepływów w sieci społecznej, umożliwia wskazanie informacji, jakie byłyby potrzebne do pełnej oceny otwartości struktury społecznej. W teorii przepływów w sieciach ocena sieci jest dokonywana na podstawie dwóch, nie wykorzystywanych dotychczas w tym artykule, funkcji: funkcji przepustowości i funkcji kosztu przepływu.

Obserwacja przepływów w sieci umożliwia jedynie częściową ocenę przepustowości sieci. Przepustowość łuku łączącego dwa węzły nie może być mniejsza od zaobserwowanej wielkości przepływów wzdłuż tego łuku. Informacje uzyskiwane w wyniku analizy tablic ruchliwości nie są więc wystarczające do oceny przepustowości sieci społecznej. Konieczne jest opracowanie nowych metod dokonywania takich ocen.

W teorii przepływów w sieciach zakłada się, że jednostkowe koszty przepływu wzdłuż poszczególnych łuków są ustalone. Teoria ta, wykorzystywana głównie do rozwiązywania zagadnień technicznych, koncentruje uwagę na takiej organizacji przepływów w sieci, która umożliwia minimalizację całkowitego kosztu przepływu. Kryteria oceny kosztów przepływu w sieci społecznej muszą być odmienne. Warunkiem równego dostępu do pozycji społeczno-zawodowych, niezależnie od pochodzenia społecznego, jest równość względnych kosztów ich osiągania. Informacja o kosztach osiągania pozycji społeczno-zawodowych wydaje się być niezbędna do pełnej oceny otwartości struktury społecznej.

## 8. ZAKOŃCZENIE

A artykule zastosowano nowe podejście do analizy tablic ruchliwości społeczno-zawodowej polegające na przedstawieniu tablic ruchliwości w postaci przepływów w sieci. Umożliwiło ono opracowanie nowej, pełniejszej typologii ruchliwości społeczno-zawodowej. Wyróżnione w niej rodzaje ruchliwości są

związane z różnymi źródłami ruchliwości społeczno-zawodowej: ruchliwość strukturalna – ze zmianami struktury, ruchliwość krok za krokiem – z cechami struktury społecznej, a ruchliwość wymienna – z indywidualnymi cechami osób. Ruchliwość krok za krokiem, która została wyodrębniona z tradycyjnie rozumianej ruchliwości wymiennej, została podzielona na dwa rodzaje. Pierwszy z nich jest związany ze zmianą struktury, a drugi – z wymianą pozycji.

Podano metody obliczania rozmiarów ruchliwości, zarówno obserwowanej, jak i potencjalnej, dla wszystkich wyróżnionych rodzajów ruchliwości. Przedstawiono sposoby dekompozycji tablicy ruchliwości na szereg tablic składowych reprezentujących poszczególne rodzaje ruchliwości. Zaproponowano również nowe względne miary ruchliwości umożliwiające porównywanie rozmiarów poszczególnych rodzajów ruchliwości w tablicach ruchliwości dla różnych zbiorowości.

Zbadano relacje między stosowanymi kryteriami oceny otwartości struktury społecznej i wykazano sprzeczności między nimi. Sprzeczności te uzasadniają tezę, że pełna ocena otwartości struktury społecznej nie może ograniczać się do informacji zawartych w tablicach ruchliwości. Na podstawie sposobów oceny sieci stosowanych w teorii przepływów w sieciach wskazano, jakie dodatkowe informacje o procesie osiągania pozycji społeczno-zawodowych powinny stanowić podstawę oceny otwartości struktury społecznej.

Teoria przepływów w sieciach została zastosowana w tym artykule jedynie do opisu tablic ruchliwości. Możliwe jest jednak wykorzystanie tej teorii do budowy modeli, zarówno opisowych, jak i normatywnych procesu ruchliwości społeczno-zawodowej.

#### LITERATURA

- Bertaux D., *Sur l'analyse des tables de mobilite sociale*, „Revue Francaise de Sociologie”, 1969, 10, 448–490.
- Bibby J., *Methods of Measuring Mobility*, „Quality and Quantity”, 1975, 9, 107–136.
- Billewicz W.Z., *Some Remarks on the Measurement of Social Mobility*”, „Population Studies”, 1955, 9, 96–100.
- Boudon R., *Mathematical Structures of Social Mobility*, Amsterdam 1973.
- Carlsson G., *Social Mobility and Class Structure*, Lund 1958.
- Christofides N., *Graph Theory. An Algorithmic Approach*, New York 1975.
- Duncan O.D., 1966, *Methodological Issues in the Analysis of Social Mobility*, [w:] *Social Structure and Mobility in Economic Development*, N.J. Smelser, S.M. Lipset, (red.), London, 51–97.
- Erikson R., *Is Social Mobility Increasing? A Tale of the Reversed Revolution*, „Acta Sociologica”, 1975, 18, 347–350.
- Featherman D.L., Hauser R.M. *Opportunity and Change*, New York 1978.
- Ford L.R., Fulkerson D.R. *Przeplwy w sieciach*, Warszawa 1969.
- Glass D.V., *Social Mobility in Britain*, London 1954.
- Goldthorpe J.H. in., *Social Mobility and Class Structure in Modern Britain*, Oxford 1980.
- Hauser R.M., *A Structural Model of the Mobility Table*, „Social Forces”, 1978, 56, 919–953.
- Hazellrigg L.E., *Partitioning Structural Effects and Endogenous Mobility Processes in the Measurement of Vertical Occupational Status Change*, „Acta Sociologica”, 1974, 17, 115–139.

- Hope K., *Vertical and Nonvertical Class Mobility in Three Countries*, „American Sociological Review”, 1982, 47, 99–113.
- Jones F.L., *Measures of Father-to-son Mobility: a Liberal or Radical Criterion of Evolution?* „Quality and Quantity”, 1975, 9, 361–369.
- Jones F.L., *New and (Very) Old Mobility Ratios: is There Life after Benini?*, „Social Forces”, 1984.
- Kahl J.A., *The American Class Structure*, New York 1957.
- Krauze T., Słomczyński K.M., *Matrix Representation of Structural and Circulation Mobility*, 1983, referat wygłoszony na konferencji Komitetu Badań nad Społeczną Stratyfikacją I.S.A., 17–19 X 1983, Amsterdam 1983.
- Lissowski G., 1980, *Analiza tablic ruchliwości społecznej i innych wielowymiarowych tablic zmiennych jakościowych*, (maszynopis pow.).
- Matras J., *Differential Fertility, Intergenerational Occupational Mobility and Change in the Occupational Distribution: some Elementary Interrelationships*, „Population Studies”, 1961, 15, 187–197.
- Matras J., *Social Inequality, Stratification, and Mobility*, New Jersey 1975.
- McClelland Mckee J., *Structural and Exchange Components of Occupational Mobility: a Cross-National Analysis*, „The Sociological Quarterly”, 1980, 21, 493–509.
- Meyer G., *On the Concept of Maximum Mobility*, „Population Studies”, 1978, 32, 355–366.
- Miller S.M. *Comparative Social Mobility*, „Current Sociology”, 1960, 9, 1–89.
- Misztal M., *Zróżnicowanie systemu wartości społeczeństwa polskiego*, Warszawa 1982.
- Persson G., *Is Social Mobility Increasing?* „Acta Sociologica”, 1974, 17, 429–432.
- Persson G., *Mobility Patterns and Mobility Indices*, „Acta Sociologica”, 1976, 19, 391–393.
- Persson G., *Pure Mobility and Pure Exchange Mobility*, „Quality and Quantity”, 1977, 11, 73–82.
- Pohoski M., *Ruchliwość społeczna a nierówności społeczne*, „Kultura i Społeczeństwo”, 1983, 27, 135–164.
- Pullum Th.W., *Measuring Occupational Inheritance*, Amsterdam 1975.
- Rogoff N., *Recent Trends in Occupational Mobility*, Glencoe 1953.
- Sawiński Z., *Mierniki ruchliwości społeczno-zawodowej*, „Studia Socjologiczne.. 1981, 2, 171–187.
- Smelser N.J., Lipset S.M., *Social Structure, Mobility and Development*, [w:] *Social Structure and Mobility in Economic Development*, N.J. Smelser, S.M. Lipset, (red.), London 1966, 1–50.
- Tyree A., *Mobility Ratios and Association in Mobility Tables*, „Population Studies”, 1973, 27, 577–588.
- Yasuda S., *A Methodological Inquiry into Social Mobility*, „American Sociological Review”, 1964, 29, 16–23.